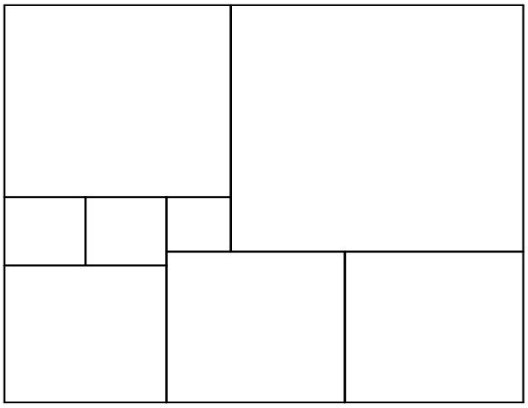
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

6 класс **Заключительный тур** **2025-2026**
Вариант 1

1. (*12 баллов*) Прямоугольник разрезан на 8 квадратов (смотрите рисунок). Длина прямоугольника равна 64. Найдите его ширину.



2. (*13 баллов*) В ребусе каждая буква обозначает цифру, причём разные буквы обозначают разные цифры.

$$\begin{array}{r} \text{СНЕГ} \\ +\text{СНЕГ} \\ +\text{СНЕГ} \\ \ldots \\ +\text{СНЕГ} \\ \hline \text{ЗИМА} \end{array}$$

Какое наибольшее количество (***n***) слов «**СНЕГ**» может быть в ребусе? Какое наименьшее число может быть зашифровано словом «**ЗИМА**» при этом ***n***? Найдите соответствующее решение ребуса.

3. (*12 баллов*) Для натуральных чисел a, b, c выполнено условие:

$$18a+19b+21c=136.$$

Чему равно выражение $a+b+c$? Найдите все возможные его значения. Ответ обоснуйте.

4. (*13 баллов*) В некотором городе живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Причём лжецы на вопрос о количестве называют число на 2 больше или меньше, чем правильный ответ. Опросили двух жителей города и спросили у каждого, сколько рыцарей и лжецов проживает в городе. Первый ответил: «Не считая меня, 2001 лжец и 2002 рыцаря», а второй: «Не считая меня, 2000 лжецов и 1999 рыцарей». Сколько лжецов и рыцарей в городе?

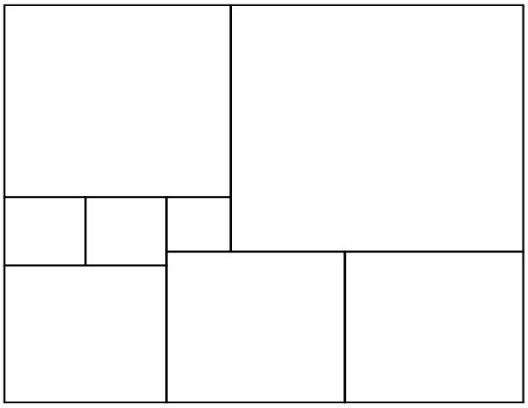
5. (*10 баллов*) Два одинаковых автомобиля едут в одном направлении с равными скоростями $v_1=v_2=25$ м/с. Расстояние между ними $l_0=180$ м. На их пути встречается знак ограничения скорости 50 км/ч. Доехав до знака, оба водителя начинают ехать с требуемой скоростью. Какая между ними будет дистанция, пока оба автомобиля находятся в зоне действия знака?

6. (*10 баллов*) Знахарь приготовил отвар из трав и решил перелить его из кастрюли, в которой он готовился, в бутыль для хранения. Ёмкость бутыли ровно три четверти (четверть – это древнерусская единица измерения объёма). В распоряжении знахаря есть два ковша. Ёмкость первого ковша – один штоф, ёмкость второго – одна кружка (штоф и кружка – это также единицы измерения объёма). Известно, что 1 четверть = 3,075 литра, 1 штоф = 1,54 литра, 1 кружка = 1,23 литра. Знахарь взял первый ковш и четыре раза наполнил его доверху, и перелил содержимое в бутыль. После этого он взял в руки второй ковш и, также заполняя его доверху, продолжил заполнять бутыль. Сколько вторых ковшей еще поместится в бутыль? Ответ округлите до десятых.

7. (*15 баллов*) Пешеход стоит на остановке и, поглядывая на часы, определяет с помощью лазерного дальномера расстояние до грузовика, который едет по прямой дороге, проходящей мимо остановки. Оказалось, когда часы показывали 13 ч 15 мин 20 с, расстояние до грузовика было 150 метров. Когда часы показали 13 ч 15 мин 30 с, то расстояние было уже 50 метров. Определите показания часов (с точностью до одной десятой секунды) в момент, когда грузовик проехал мимо пешехода.

8. (*15 баллов*) Два таракана, располагаясь на противоположных концах 100 сантиметровой прямой соломинки, одновременно начинают ползти навстречу друг другу. Скорость одного равна 2 см/с, а второго – 3 см/с. В момент встречи они разворачиваются и ползут обратно. Добравшись до концов соломинки, они опять разворачиваются и снова ползут навстречу друг другу. И так далее. Определите, в какой момент времени от начала движения тараканы встретятся во второй раз? На каком расстоянии от центра соломинки произойдёт их 2026 встреча?

1. (*12 баллов*) Прямоугольник разрезан на 8 квадратов (смотрите рисунок). Длина прямоугольника равна 96. Найдите его ширину.



2. (*13 баллов*) В ребусе каждая буква обозначает цифру, причём разные буквы обозначают разные цифры.

$$\begin{array}{r} \text{СНЕГ} \\ +\text{СНЕГ} \\ +\text{СНЕГ} \\ \ldots \\ +\text{СНЕГ} \\ \hline \text{ЗИМА} \end{array}$$

Какое наибольшее количество (***n***) слов «**СНЕГ**» может быть в ребусе? Какое наибольшее число может быть зашифровано словом «**ЗИМА**» при этом ***n***? Найдите соответствующее решение ребуса.

3. (*12 баллов*) Для натуральных чисел a, b, c выполнено условие:

$$19a + 20b + 22c = 163.$$

Чему равно выражение $a+b+c$? Найдите все возможные его значения. Ответ обоснуйте.

4. (*13 баллов*) В некотором городе живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут, причём на вопрос о количестве называют число на 2 больше или меньше, чем правильный ответ. Опросили двух жителей города и спросили у каждого, сколько рыцарей и лжецов проживает в городе. Первый ответил: «Не считая меня, 4001 лжец и 4002 рыцаря», а второй: «Не считая меня, 4000 лжецов и 3999 рыцарей». Сколько лжецов и рыцарей в городе?

5. (*10 баллов*) Два одинаковых автомобиля едут в одном направлении с равными скоростями v_1=v_2=20 м/с. Расстояние между ними l_0=360 м. На их пути встречается знак ограничения скорости 40 км/ч. Доехав до знака, оба водителя начинают ехать с требуемой скоростью. Какая между ними будет дистанция, пока оба автомобиля находятся в зоне действия знака?

6. (*10 баллов*) Знахарь приготовил отвар из трав и решил перелить его из кастрюли, в которой он готовился, в бутыль для хранения. Ёмкость бутыли ровно пять четвертей (четверть – это древнерусская единица измерения объёма). В распоряжении знахаря есть два ковша. Ёмкость первого ковша – два штофа, ёмкость второго – одна кружка (штоф и кружка – это также единицы измерения объёма). Известно, что 1 четверть = 3,075 литра, 1 штоф = 1,54 литра, 1 кружка = 1,23 литра. Знахарь взял первый ковш и три раза наполнил его доверху, и перелил содержимое в бутыль. После этого он взял в руки второй ковш и, также заполняя его доверху, продолжил заполнять бутыль. Сколько вторых ковшей еще поместится в бутыль? Ответ округлите до целых.

7. (*15 баллов*) Пешеход стоит на остановке и, поглядывая на часы, определяет с помощью лазерного дальномера расстояние до грузовика, который едет по прямой дороге, проходящей мимо остановки. Оказалось, когда часы показывали 9 ч 07 мин 55 с, расстояние до грузовика было 150 метров. Когда часы показали 9 ч 08 мин 05 с, то расстояние было уже 50 метров. Определите показания часов (с точностью до одной десятой секунды) в момент, когда грузовик проехал мимо пешехода.

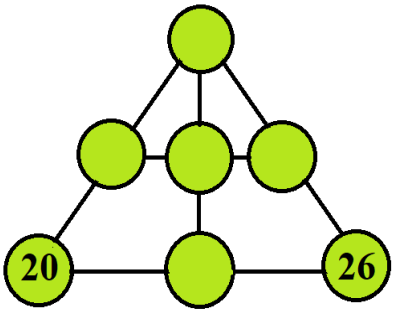
8. (*15 баллов*) Два таракана, располагаясь на противоположных концах 80 сантиметровой прямой соломинки, одновременно начинают ползти навстречу друг другу. Скорость одного равна 1,5 см/с, а второго – 2,5 см/с. В момент встречи они разворачиваются и ползут обратно. Добравшись до концов соломинки, они опять разворачиваются и снова ползут навстречу друг другу. И так далее. Определите, в какой момент времени от начала движения тараканы встретятся во второй раз? На каком расстоянии от центра соломинки произойдёт их 2026 встреча?

1. (*12 баллов*) Расположите в порядке возрастания числа

$$x = \frac{222\ldots21}{222\ldots23}, \qquad y = \frac{333\ldots31}{333\ldots34}, \qquad z = \frac{444\ldots41}{444\ldots45}.$$

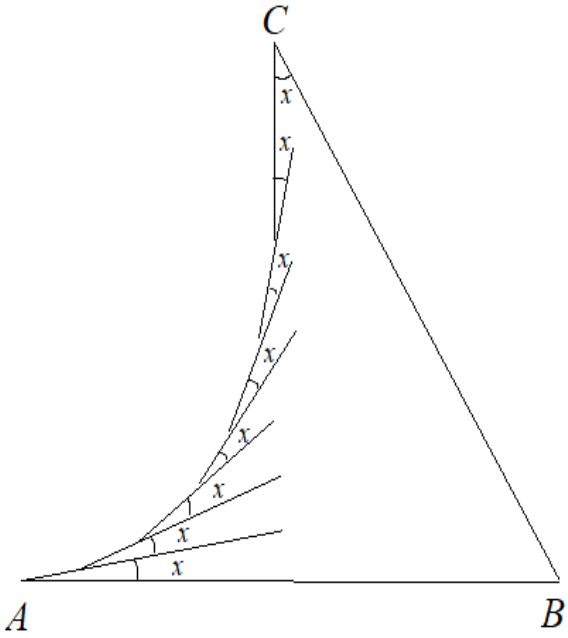
В числителе и знаменателе каждой дроби стоят 2026-значные числа.

2. (*12 баллов*) В треугольнике расположены семь кругов, в двух из них записаны данные числа (см. рис.).



Расставьте в свободных кругах натуральные числа так, чтобы сумма чисел по каждой прямой, содержащей три круга, была одна и та же. Найдите количество возможных расстановок.

3. (*13 баллов*) Дан $\angle ABC = 60°$. Из точки A внутри угла проведён луч, образующий с AB угол в x градусов. Из некоторой точки этого луча снова проведён луч, также образующий с первым лучом угол в x градусов. И так далее. Всего аналогичным образом было построено 7 лучей (смотри рисунок). Оказалось, что седьмой луч проходит через точку C и образует с BC угол в x градусов. Найдите x (в градусах).



4. (*13 баллов*) Маша, Даша и Саша проходили несколько тестов по различным разделам математики и заняли все призовые места во всех тестах. При прохождении каждого теста за 1-ое место участник получает a баллов, за второе – b баллов и за третье – c баллов, причём $a > b > c > 0$. В итоге, Маша набрала 28 баллов за все тесты, Даша – 17 баллов, а Саша – 12 баллов. Маша была второй в тесте по алгебре. Кто была второй в тесте по геометрии?

5. (*10 баллов*) Два муравьишки умеют бегать с одинаковыми скоростями u=2 см/с. Муравьишки очень сильные, но бежать они могут, пока на них действует сила, меньшая F=4 Н. Сначала муравьишки взяли за концы пружину жёсткостью k=10 мН/см и побежали в противоположных направлениях. Через какое время муравьишки перестанут бежать? Потом муравьишки эту пружину отпустили, разрезали пополам, а обе части расположили параллельно, после чего начали снова тянуть в противоположные стороны. Через какое время они снова перестанут бежать?

6. (*10 баллов*) В цирке есть пять совершенно одинаковых акробатов-силачей. На первом представлении один силач поднимал остальных четверых одновременно, стоя при этом на двух ногах. Оказалось, что давление на пол составило 25 кПа. Какое давление на пол будет оказывать один силач, стоящий на двух ногах?

7. (*15 баллов*) Три бегуна собрались на круглом стадионе длиной 600 м. Выстроившись у линии старта, они дождались свистка и побежали. Феликс и Талгат побежали по часовой стрелке со скоростями 3 м/с и 2 м/с соответственно. Андрей побежал в другую сторону со скоростью 2 м/с. Через какое время все трое снова встретятся?

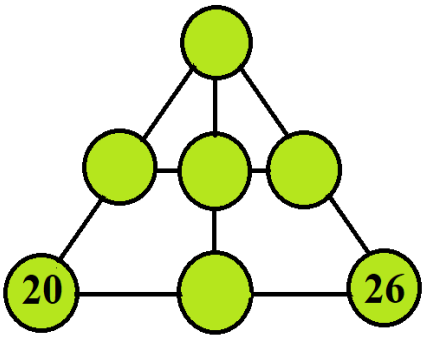
8. (*15 баллов*) У некоторого учёного Кирилла есть два стакана с разными жидкостями одинакового объёма. Кирилл взял шарик и закинул его в первый стакан и увидел, что шарик стал плавать в толще жидкости. Затем Кирилл достал шарик и бросил его во второй стакан. Оказалось, что в этом случае шарик ровно наполовину погружен в жидкость. Кирилл решил поэкспериментировать, поэтому взял большую ёмкость, в которой смешал обе жидкости вместе, после чего снова погрузил шарик. Какая часть объёма шарика будет находиться на поверхности в этом случае? Считайте, что жидкость из стаканов не выливается.

1. (*12 баллов*) Расположите в порядке возрастания числа

$$x = \frac{444\ldots41}{444\ldots45}, \qquad y = \frac{555\ldots51}{555\ldots56}, \qquad z = \frac{666\ldots61}{666\ldots67}.$$

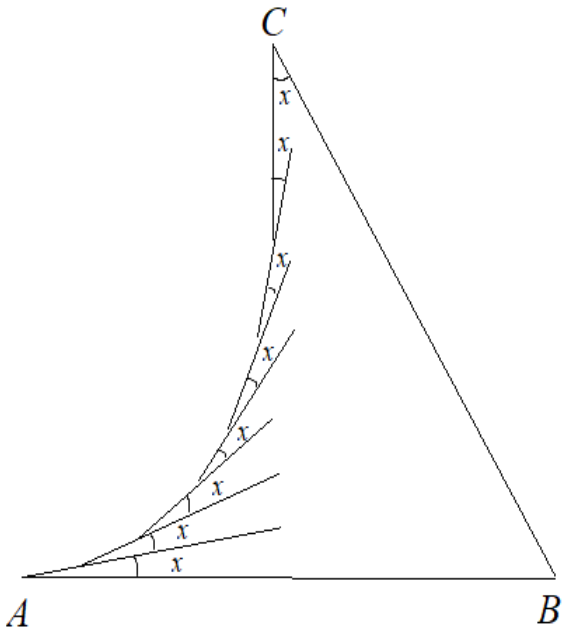
В числителе и знаменателе каждой дроби стоят 2026-значные числа.

2. (*12 баллов*) В треугольнике расположены семь кругов, в двух из них записаны данные числа (см. рис.).



Расставьте в свободных кругах натуральные числа так, чтобы сумма чисел по каждой прямой, содержащей три круга, была одна и та же. Найдите наибольшее возможное значение такой суммы.

3. (*13 баллов*) Дан $\angle ABC = 68°$. Из точки A внутри угла проведён луч, образующий с AB угол в x градусов. Из некоторой точки этого луча снова проведён луч, также образующий с первым лучом угол в x градусов. И так далее. Всего аналогичным образом было построено 7 лучей (смотри рисунок). Оказалось, что седьмой луч проходит через точку C и образует с BC угол в x градусов. Найдите x (в градусах).



4. (*13 баллов*) Маша, Даша и Саша проходили несколько тестов по различным разделам математики и заняли все призовые места во всех тестах. При прохождении каждого теста за 1-ое место участник получает a баллов, за второе – b баллов и за третье – c баллов, причём $a > b > c > 0$. В итоге, Маша набрала 20 баллов за все тесты, Даша – 10 баллов, а Саша – 9 баллов. Маша была второй в тесте по алгебре. Кто была второй в тесте по геометрии?

5. (*10 баллов*) Два муравьишки умеют бегать с одинаковыми скоростями u=1,5 см/с. Муравьишки очень сильные, но бежать они могут, пока на них действует сила, меньшая F=3 Н. Сначала муравьишки взяли за концы пружину жёсткостью k=5 мН/см и побежали в противоположных направлениях. Через какое время муравьишки перестанут бежать? Потом муравьишки эту пружину отпустили, разрезали пополам, а обе части расположили параллельно, после чего начали снова тянуть в противоположные стороны. Через какое время они снова перестанут бежать?

6. (*10 баллов*) В цирке есть пять совершенно одинаковых акробатов-силачей. На первом представлении один силач поднимал остальных четверых одновременно, стоя при этом на одной ноге. Оказалось, что давление на пол составило 40 кПа. Какое давление на пол будет оказывать один силач, стоящий на двух ногах?

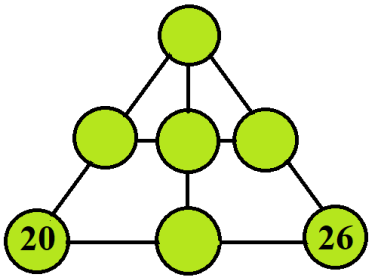
7. (*15 баллов*) Три бегуна собрались на круглом стадионе длиной 600 м. Выстроившись у линии старта, они дождались свистка и побежали. Феликс и Талгат побежали по часовой стрелке со скоростями 3 м/с и 2 м/с соответственно. Андрей побежал в другую сторону со скоростью 2 м/с. Через какое время все трое снова встретятся?

8. (*15 баллов*) У некоторого учёного Кирилла есть два стакана с разными жидкостями одинакового объёма. Кирилл взял шарик и закинул его в первый стакан и увидел, что шарик стал плавать в толще жидкости. Затем Кирилл достал шарик и бросил его во второй стакан. Оказалось, что в этом случае шарик ровно на одну треть объёма погружен в жидкость. Кирилл решил поэкспериментировать, поэтому взял большую емкость, в которой смешал обе жидкости вместе, после чего снова погрузил шарик. Какая часть объёма шарика будет находиться на поверхности в этом случае? Считайте, что жидкость из стаканов не выливается.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

8 класс **Заключительный тур** **2025-2026**
Вариант 1

1. (*12 баллов*) В треугольнике расположены семь кругов, в двух из них записаны данные числа (см. рис.).



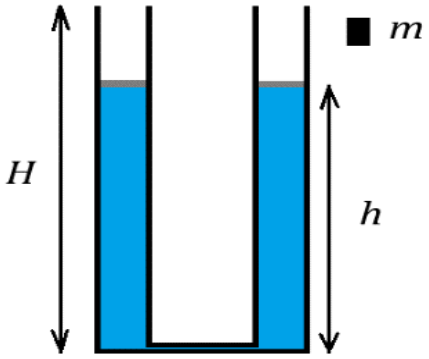
Расставьте в свободных кругах натуральные числа так, чтобы сумма чисел по каждой прямой, содержащей три круга, была одна и та же. Найдите количество возможных расстановок.

2. (*12 баллов*) Даны **7** последовательных чисел. Сумма некоторых трёх из них равна **2026**, а сумма трёх других **2030**. Чему может быть равно оставшееся число, не попавшее ни в одну из этих сумм?

3. (*13 баллов*) Основания правильных равных треугольников *ABC*, *CDE*, *EFG* и *GHP* лежат на одной прямой *AP*. Площадь каждого треугольника равна 90. Прямая *BP* пересекает отрезки *DE* и *EF* в точках *M* и *N* соответственно. Найдите площадь треугольника *EMN*.

4. (*13 баллов*) Два марсианина тогда и только тогда друзья, когда у них в имени есть хотя бы одна общая буква (имя – последовательность букв). Оказалось, что в некоторой компании из пяти марсиан у первого марсианина с именем ***abdef*** 14 друзей, у второго с именем ***ade*** 10 друзей, у третьего с именем ***abf*** 8 друзей, у четвертого с именем ***bcd*** 11 друзей. Сколько друзей у пятого марсианина с именем ***abcd*** ?

5. (*10 баллов*) Два одинаковых сообщающихся сосуда высотой *H* и площадью поперечного сечения *S* каждый соединены тонкой трубкой. В сосудах под лёгкими гладкими поршнями находится жидкость плотностью ρ, так что её высота в каждом из сосудов равна *h*. На правый поршень кладут груз массой *m*. Какой будет разница между уровнями жидкости после этого? Ускорение свободного падения *g*. Объёмом трубки по сравнению с объёмами сосудов пренебречь.



6. (*10 баллов*) В распоряжении ребенка было много одинаковых однородных кубиков с длиной ребра a (рис. 1).

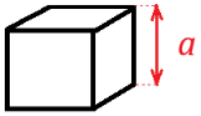


Рис. 1

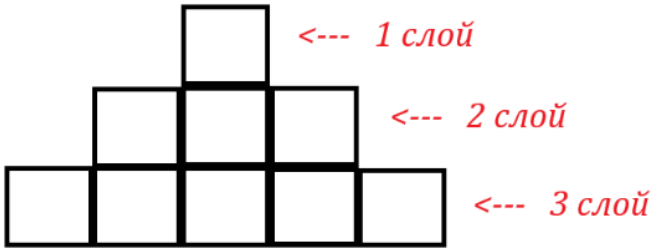


Рис. 2

Из этих кубиков он склеил пирамиду, состоящую из трех слоев, в которых кубики плотно прилегают друг к другу. Каждый слой имеет форму квадрата. Вид сбоку на пирамиду приведён на рисунке 2. Запустив пирамиду в воду, ребенок заметил, что она плавает. При этом под водой оказался ровно один третий слой. Определите плотность материала, из которого сделаны кубики. Плотность воды 1000 кг/м^3. Где проходила бы граница между водой и воздухом, если бы плотность кубиков была бы в 2 раза больше?

7. (*15 баллов*) Некий ученый Кирилл исследовал свойства прямого цилиндрического стержня, составленного из двух одинаковых по объёму половинок. Плотность и удельная теплоёмкость материала одной половинки ρ_1=2000 кг/м^3 и c_1=600 Дж/кг·^{O}C, а другой – ρ_2=3000 кг/м^3 и c_2=900 Дж/кг·^{O}C. Кирилл поставил стержень на более плотное основание и равномерно нагрел призму по высоте, так что нижняя часть имела температуру t_1=30^{O}C, а верхняя часть – t_2=60^{O}C. Какой будет температура стержня после завершения теплообмена? Потерями тепла пренебречь.

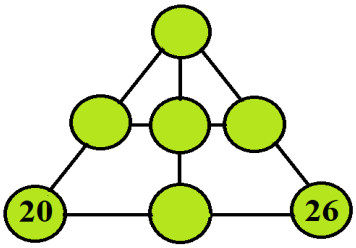
8. (*15 баллов*) Самолёт вылетел из Новосибирска 6 января в 7:00 и прилетел в Москву также 6 января в 7:25. В обратном направлении он вылетел 7 января в 19:50 и прилетел в Новосибирск 8 января в 4:15. Определите разницу часовых поясов Москвы и Новосибирска и время полёта в одну сторону.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

8 класс **Заключительный тур** **2025-2026**

Вариант 2

1. (*12 баллов*) В треугольнике расположены семь кругов, в двух из них записаны данные числа (см. рис.).



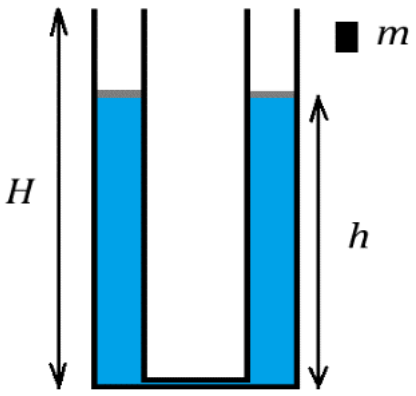
Расставьте в свободных кругах натуральные числа так, чтобы сумма чисел по каждой прямой, содержащей три круга, была одна и та же. Найдите наибольшее возможное значение такой суммы.

2. (*12 баллов*) Даны **7** последовательных чисел. Сумма некоторых трёх из них равна **2026**, а сумма трёх других **2032**. Чему может быть равно оставшееся число, не попавшее ни в одну из этих сумм?

3. (*13 баллов*) Основания правильных равных треугольников *ABC*, *CDE*, *EFG* и *GHP* лежат на одной прямой *AP*. Площадь каждого треугольника равна 60. Прямая *BP* пересекает отрезки *DE* и *EF* в точках *M* и *N* соответственно. Найдите площадь треугольника *EMN*.

4. (*13 баллов*) Два марсианина тогда и только тогда друзья, когда у них в имени есть хотя бы одна общая буква (имя – последовательность букв). Оказалось, что в некоторой компании из пяти марсиан у первого марсианина с именем ***abdef*** 16 друзей, у второго с именем ***ade*** 11 друзей, у третьего с именем ***abf*** 9 друзей, у четвертого с именем ***bcd*** 10 друзей. Сколько друзей у пятого марсианина с именем ***abcd*** ?

5. (*10 баллов*) Два одинаковых сообщающихся сосуда высотой H и площадью поперечного сечения S каждый соединены тонкой трубкой. В сосудах под лёгкими гладкими поршнями находится жидкость плотностью ρ, так что её высота в каждом из сосудов равна h. На правый поршень кладут груз массой m. Какой будет разница между уровнями жидкости после этого? Ускорение свободного падения g. Объёмом трубки по сравнению с объёмами сосудов пренебречь.



6. (*10 баллов*) В распоряжении ребёнка было много одинаковых однородных кубиков с длиной ребра *a* (рис. 1).

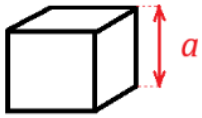


Рис. 1

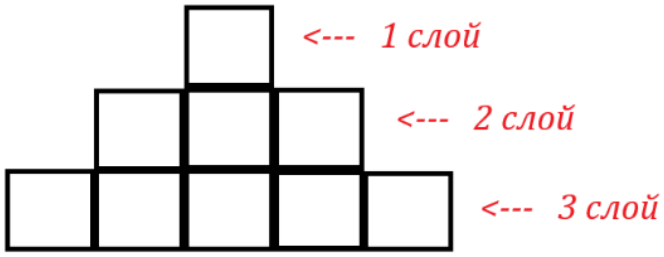


Рис. 2

Из этих кубиков он склеил пирамиду, состоящую из трёх слоев, в которых кубики плотно прилегают друг к другу. Каждый слой имеет форму квадрата. Вид сбоку на пирамиду приведён на рисунке 2. Запустив пирамиду в воду, ребенок заметил, что она плавает. При этом уровень воды проходил ровно посередине второго слоя. Определите плотность материала, из которого сделаны кубики. Плотность воды 1000 кг/м^3. Где проходила бы граница между водой и воздухом, если бы плотность кубиков была бы в 1,5 раза больше?

7. (*15 баллов*) Некий учёный Кирилл исследовал свойства прямого цилиндрического стержня, составленного из двух одинаковых по объёму половинок. Плотность и удельная теплоёмкость материала одной половинки ρ_1=1500 кг/м^3 и c_1=300 Дж/кг·^{O}C, а другой – ρ_2=4500 кг/м^3 и c_2=600 Дж/кг·^{O}C. Кирилл поставил стержень на более плотное основание и равномерно нагрел призму по высоте, так что нижняя часть имела температуру t_1=30 ^{O}C, а верхняя часть – t_2=60^{O}C. Какой будет температура стержня после завершения теплообмена? Потерями тепла пренебречь.

8. (*15 баллов*) Самолёт вылетел из Салехарда 19 января в 22:10 и прилетел в Сочи 20 января в 1:30. В обратном направлении он вылетел 21 января в 11:50 и прилетел в Салехард также 21 января в 19:10. Определите разницу часовых поясов Салехарда и Сочи и время полёта в одну сторону.

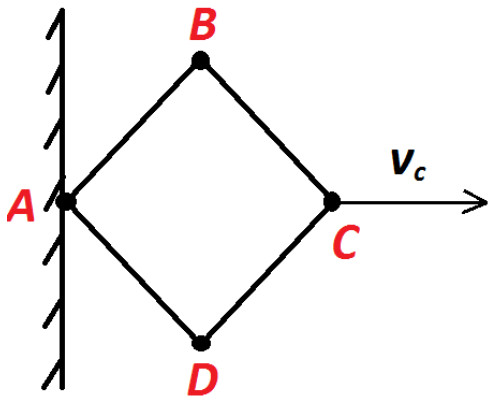
1. (*11 баллов*) Известно, что $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}=3$. Найдите $\frac{a^4+b^4}{a^4-b^4}+\frac{a^4-b^4}{a^4+b^4}$.

2. (*12 баллов*) Даны **7** последовательных чисел. Сумма некоторых трёх из них равна **2026**, а сумма трёх других **2030**. Чему может быть равно оставшееся число, не попавшее ни в одну из этих сумм?

3. (*13 баллов*) Назовём «тэшкой» фигуру из четырёх клеточек в виде буквы «Т» с укороченной ножкой. Какое наибольшее количество тэшек можно выложить в прямоугольнике 6×22 без наложений и выходов за границу? Приведите пример на Ваш ответ и докажите, что больше выложить нельзя.

4. (*14 баллов*) В выпуклом четырёхугольнике *ABCD* даны длины сторон *AD*=2, *BC*=$\sqrt{3}$. Найдите длину отрезка, соединяющего середины сторон *AB* и *CD*, если $\angle A=70^\circ$, $\angle B=80^\circ$.

5. (*10 баллов*) Имеется конструкция, состоящая из четырёх одинаковых стержней. Стержни друг с другом соединены шарнирами. В точке *A* конструкция присоединена к стенке. Известно, что в момент времени, когда угол *ABC* был равен 90^0, скорость точки *C* была направлена вправо и была равна v_C=5 см/с. Определите скорость точки *B* в этот момент времени.



6. (*10 баллов*) Цепочка массой *m*=500 грамм состоит из 2026 одинаковых, гладких звеньев. Её свободно подвесили за концы к потолку. Угол между потолком и цепочкой равен α=60°. Определите натяжение *T* цепочки в самой нижней точке. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

7. (*15 баллов*) В электрической схеме (см. рис. 1) все резисторы имеют сопротивление R=2 Ом, а диоды – напряжение открытия U_0=2 В. Вольтамперная характеристика диодов приведена на рисунке 2. Схему подключают к реальному источнику тока. Его можно представить как идеальный источник соединенный последовательно с резистором r=1 Ом. Найдите мощность тока во всей цепи, если напряжение идеального источника равно: а) 7 В б) 5 В.

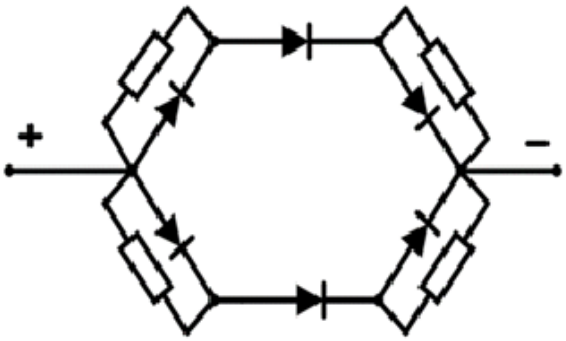


Рис. 1

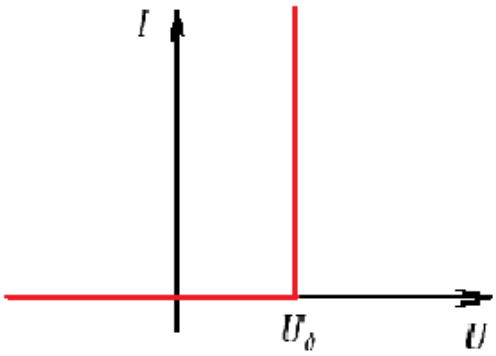


Рис. 2

8. (*15 баллов*) В теплоизолированном сосуде ёмкостью 1 литр находятся 900 мл воды, температура которой 70 ^{O}C. В сосуд помещают кусок тающего льда массой 252 грамма, полностью утапливая его при этом. Определите температуру содержимого сосуда после установления теплового равновесия. Время, за которое в сосуд помещается лёд намного меньше времени установления теплового равновесия. Плотность льда 900 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3, удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость воды 4,2 кДж/кг.

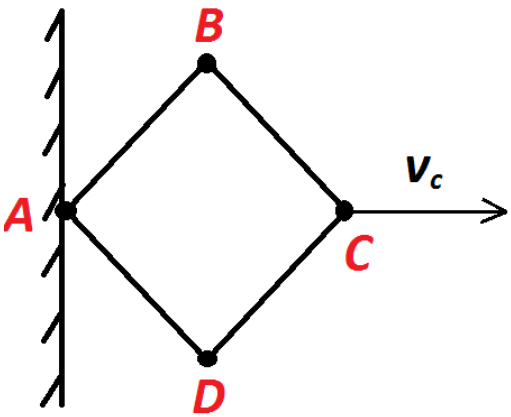
1. (*11 баллов*) Известно, что $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}=5$. Найдите $\frac{a^4+b^4}{a^4-b^4}+\frac{a^4-b^4}{a^4+b^4}$.

2. (*12 баллов*) Даны **7** последовательных чисел. Сумма некоторых трёх из них равна **2026**, а сумма трёх других **2032**. Чему может быть равно оставшееся число, не попавшее ни в одну из этих сумм?

3. (*13 баллов*) Назовём «тэшкой» фигуру из четырёх клеточек в виде буквы «Т» с укороченной ножкой. Какое наибольшее количество тэшек можно выложить в прямоугольнике 6×18 без наложений и выходов за границу? Приведите пример на Ваш ответ и докажите, что больше выложить нельзя.

4. (*14 баллов*) В выпуклом четырёхугольнике *ABCD* даны длины сторон *AD*=4, *BC*=$2\sqrt{3}$. Найдите длину отрезка, соединяющего середины сторон *AB* и *CD*, если $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$.

5. (*10 баллов*) Имеется конструкция, состоящая из четырёх одинаковых стержней. Стержни друг с другом соединены шарнирами. В точке *A* конструкция присоединена к стенке. Известно, что в момент времени, когда угол *ABC* был равен 90^0, скорость точки *C* была направлена вправо и была равна v_C=4 см/с. Определите скорость точки *D* в этот момент времени.



6. (*10 баллов*) Цепочка массой *m*=400 грамм состоит из 2026 одинаковых, гладких звеньев. Её свободно подвесили за концы к потолку. Угол между потолком и цепочкой равен α=45°. Определите натяжение *T* цепочки в самой нижней точке. Ускорение свободного падения *g*=10 м/с^2.

7. (*15 баллов*) В электрической схеме (см. рис. 1) все резисторы имеют сопротивление R=4 Ом, а диоды – напряжение открытия U_0=3 В. Вольтамперная характеристика диодов приведена на рисунке 2. Схему подключают к реальному источнику тока. Его можно представить как идеальный источник соединенный последовательно с резистором r=1 Ом. Найдите мощность тока во всей цепи, если напряжение идеального источника

равно: а) 10 В б) 7 В.

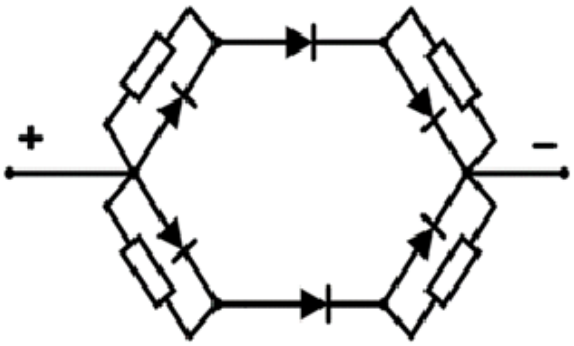


Рис. 1

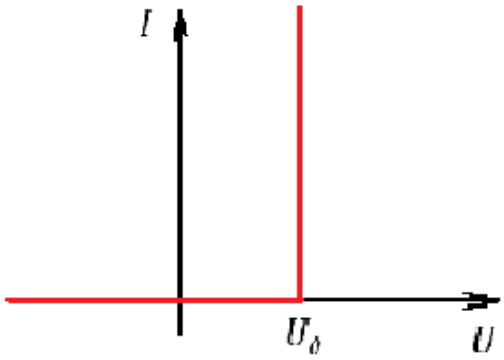


Рис. 2

8. (*15 баллов*) В теплоизолированном сосуде ёмкостью 1 литр находятся 900 мл воды, температура которой 80 ^{O}C. В сосуд помещают кусок тающего льда массой 324 грамма, полностью утапливая его при этом. Определите температуру содержимого сосуда после установления теплового равновесия. Время, за которое в сосуд помещается лёд намного меньше времени установления теплового равновесия. Плотность льда 900 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3, удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость воды 4,2 кДж/кг.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

10 класс **Заключительный тур** **2025-2026**
Вариант 1

1. (*12 баллов*) В соревнованиях по шашкам приняли участие 3 студента первого курса и несколько студентов второго курса. Три первокурсника набрали вместе 16 очков, а каждый второкурсник набрал одинаковое число очков. Сколько второкурсников участвовало в соревновании, если каждый из участников соревнования играет с каждым из остальных по одной партии. За выигрыш даётся 1 очко, за ничью – ½ очка, за проигрыш – 0 очков. Найдите все решения.

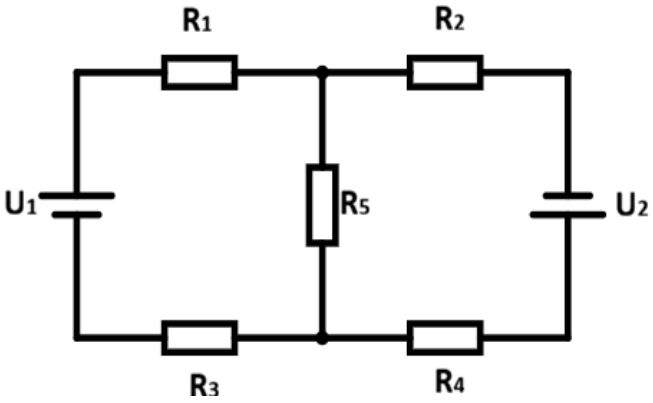
2. (*13 баллов*) Назовём «тэшкой» фигуру из четырёх клеточек в виде буквы «Т» с укороченной ножкой. Какое наибольшее количество тэшек можно выложить в прямоугольнике 6×22 без наложений и выходов за границу? Приведите пример на Ваш ответ и докажите, что больше выложить нельзя.

3. (*13 баллов*) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+y+z+t=16, \\ xy+xz+xt+yz+yt+zt=96. \end{cases}$$

4. (*13 баллов*) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ даны длины сторон AD=4, $BC=\sqrt{2}$. Найдите длину отрезка, соединяющего середины сторон AB и CD, если $\angle A=62^\circ$, $\angle B=73^\circ$.

5. (*10 баллов*) Из резистров номиналами R_1=6 Ом, R_2=12 Ом, R_3=8 Ом, R_4=2 Ом, R_5=14 Ом и источников тока с напряжением U_1=10,5 В и U_2=21 В составили схему, изображённую на рисунке. Найдите токи, протекающие через источники.



6. (*10 баллов*) Однажды дядя Вова, находясь на планете Плюк радиуса R, встречал восход. Вот-вот из-за горизонта показались первые лучи звезды, вокруг которой обращается Плюк. Дядя Вова выяснил, что у этой планеты необычная атмосфера: она имеет толщину h=R, а показатель преломления в атмосфере везде одинаков и равен $n=\sqrt{3}$. Помогите дяде Вове определить, на сколько градусов ниже горизонта на самом деле была звезда во время восхода.

7. (*15 баллов*) Два снежка одинаковой массы при нулевой температуре одновременно бросили в воздух, первый снежок бросали с балкона на высоте H_1=8 м со скоростью v_1=4 м/с под углом 60^O к горизонту, а второй снежок бросали с балкона на высоте H_2=10 м со скоростью $v_2=2\sqrt{2}$ м/с, причём второй снежок в момент броска был ровно над первым. Через некоторое время снежки встретились и слиплись. На какой высоте произошло слипание? Какая часть снега растает при ударе об землю, если считать, что вся кинетическая энергия снега переходит в тепло? Удельная теплота плавления снега $\lambda=3{,}4\cdot10^5$ Дж/кг, ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Удар снежков абсолютно неупругий.

8. (*15 баллов*) Кузнец нагрел обрабатываемую заготовку из железа до $t_Ж=700^OC$ и, после этого, быстро опустил её в центр широкой 10-литровой теплоизолированной ёмкости, до краёв наполненной холодной водой. Температура холодной воды $t_0=0^OC$. Часть воды очень быстро испарилась, то есть время испарения намного меньше времени установления теплового равновесия в системе. Определите конечную температуру воды в ёмкости. Масса железной заготовки $m_Ж$=5 кг, плотность железа $\rho_Ж$=7800 кг/м^3, плотность воды $\rho_В$=1000 кг/м^3, удельная теплоёмкость железа $c_Ж$=460 Дж/(кг·К), удельная теплоёмкость воды $c_В$=4200 Дж/(кг·К), удельная теплота испарения $L=2{,}3\cdot10^6$ Дж/кг.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

10 класс **Заключительный тур** **2025-2026**
Вариант 2

1. (*12 баллов*) В соревнованиях по шашкам приняли участие 4 студента первого курса и несколько студентов второго курса. Четыре первокурсника набрали вместе 19 очков, а каждый второкурсник набрал одинаковое число очков. По сколько очков набрал каждый второкурсник, при условии, что каждый из участников соревнования играет с каждым из остальных по одной партии. За выигрыш даётся 1 очко, за ничью – ½ очка, за проигрыш – 0 очков. Найдите все решения.

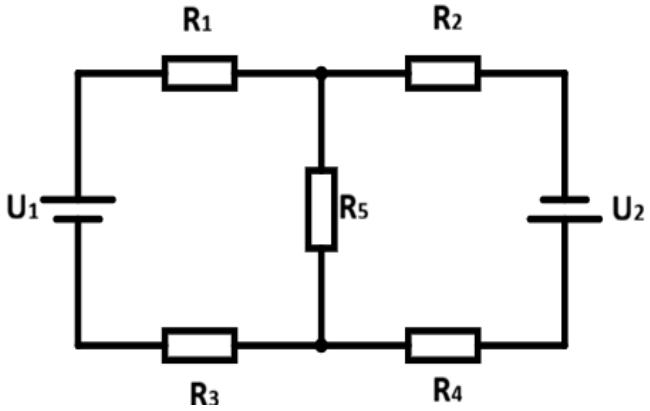
2. (*13 баллов*) Назовём «тэшкой» фигуру из четырёх клеточек в виде буквы «Т» с укороченной ножкой. Какое наибольшее количество тэшек можно выложить в прямоугольнике 6×18 без наложений и выходов за границу? Приведите пример на Ваш ответ и докажите, что больше выложить нельзя.

3. (*12 баллов*) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+y+z+t=12, \\ xy+xz+xt+yz+yt+zt=54. \end{cases}$$

4. (*13 баллов*) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ даны длины сторон $AD=3$, $BC=\sqrt{2}$. Найдите длину отрезка, соединяющего середины сторон AB и CD, если $\angle A=64^\circ$, $\angle B=71^\circ$.

5. (*10 баллов*) Из резистров номиналами R_1=12 Ом, R_2=24 Ом, R_3=16 Ом, R_4=4 Ом, R_5=28 Ом и источников тока с напряжением U_1=10,5 В и U_2=21 В составили схему, изображённую на рисунке. Найдите токи, протекающие через источники.



6. (*10 баллов*) Однажды дядя Вова, находясь на планете Плюк радиуса R, встречал восход. Вот-вот из-за горизонта показались первые лучи звезды, вокруг которой обращается Плюк. Дядя Вова выяснил, что у этой планеты необычная атмосфера: она имеет толщину $h=R$, а показатель преломления в атмосфере везде одинаков и равен $n=\sqrt{2}$. Помогите дяде Вове определить, на сколько градусов ниже горизонта на самом деле была звезда во время восхода.

7. (*15 баллов*) Два снежка одинаковой массы при нулевой температуре одновременно бросили в воздух, первый снежок бросали с балкона на высоте H_1=8 м со скоростью v_1=4 м/с под углом 60^{O} к горизонту, а второй снежок бросали с балкона на высоте H_2=10 м со скоростью $v_2=2\sqrt{2}$ м/с, причём второй снежок в момент броска был ровно над первым. Через некоторое время снежки встретились и слиплись. На какой высоте произошло слипание? Какая часть снега растает при ударе об землю, если считать, что вся кинетическая энергия снега переходит в тепло? Удельная теплота плавления снега $\lambda=3{,}4\cdot10^5$ Дж/кг, ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Удар снежков абсолютно неупругий.

8. (*15 баллов*) Кузнец нагрел обрабатываемую заготовку из железа до $t_Ж$=800 ^{O}C и, после этого, быстро опустил её в центр широкой 8-литровой теплоизолированной ёмкости, до краёв наполненной холодной водой. Температура холодной воды t_0=0 ^{O}C. Часть воды очень быстро испарилась, то есть время испарения намного меньше времени установления теплового равновесия в системе. Определите конечную температуру воды в ёмкости. Масса железной заготовки $m_Ж$=5 кг, плотность железа $\rho_Ж$=7800 кг/м^3, плотность воды $\rho_В$=1000 кг/м^3, удельная теплоёмкость железа $c_Ж$=460 Дж/(кг·К), удельная теплоёмкость воды $c_В$=4200 Дж/(кг·К), удельная теплота испарения $L=2{,}3\cdot10^6$ Дж/кг.

1. (*11 баллов*) Решите уравнение $x^2 - 30y^2 = 1$ в простых числах.

2. (*13 баллов*) Пусть

$$P_n(x) = (x^2 - x + 1) \cdot (x^4 - x^2 + 1) \cdot \ldots \cdot \left(x^{2^n} - x^{2^{n-1}} + 1\right).$$

Установите, что больше: $P_{12}(2)$ или 10^{2400}?

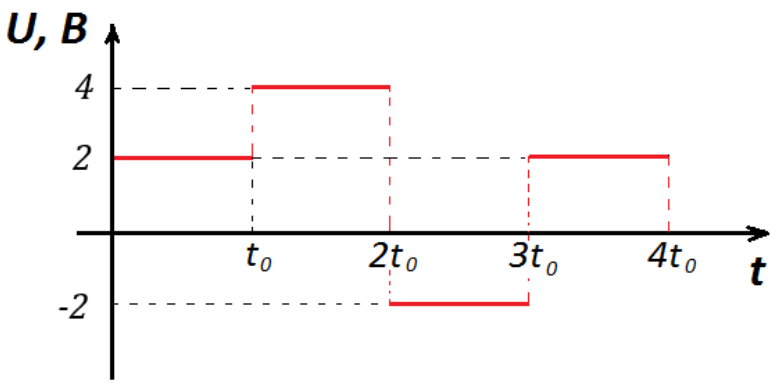
3. (*13 баллов*) Буратино и Пьеро пришли в гости к Мальвине. Мальвина для них приготовила угощенье: пиццу, тортик и кувшин с компотом. Известно, что Пьеро может съесть пиццу за 9 минут, тортик за 15 минут и выпить кувшин компота за 14 минут, а Буратино может все это сделать за 7, 5 и 7 минут соответственно. За какое наименьшее время они завершат трапезу?

4. (*13 баллов*) Найдите $xy + 2yz + \sqrt{3}xz$, где x, y, z положительные числа, удовлетворяющие системе уравнений

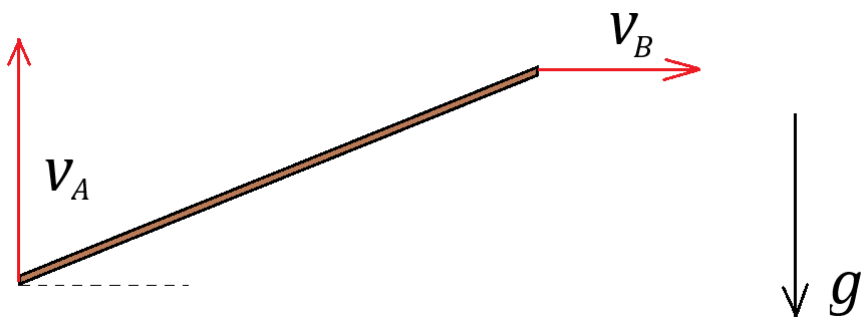
$$\begin{cases} y^2 + z^2 = 169, \\ x^2 + xz + z^2 = 256, \\ x^2 + \sqrt{3}xy + y^2 = 225. \end{cases}$$

5. (*10 баллов*) Тонкий стержень стоит на некотором расстоянии от тонкой линзы перпендикулярно главной оптической оси. При этом формируется увеличенное в ***x*** раз изображение этого стержня. После того как стержень сдвинули вдоль главной оптической оси на некоторое расстояние от линзы, изображение стало в ***x*** раз уменьшенным. После этого стержень ещё раз подвинули в ту же сторону на то же самое расстояние. И изображение опять стало в ***x*** раз увеличенным. Определите ***x***.

6. (*10 баллов*) Напряжение в цепи изменяется по закону, который показан на графике. Далее цикл повторяется. Определите действующее напряжение в данной цепи.



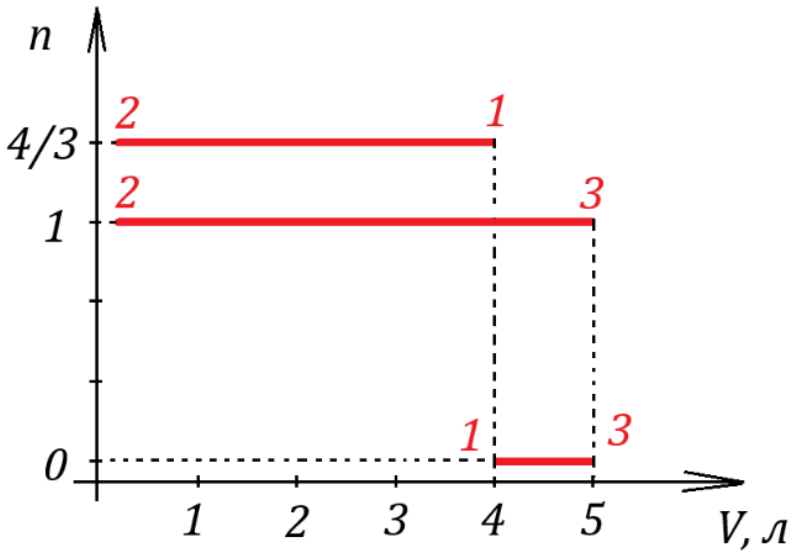
7. (*15 баллов*) Хозяин, выгуливая собаку, бросил ей в качестве апорта прямую однородную палку. Она полетела, вращаясь в вертикальной плоскости. В определённый момент времени скорости концов палки оказались равны $v_A=2\sqrt{3}$ м/с и $v_B=2$ м/с. При этом одна из них направлена строго горизонтально, а вторая – строго вертикально вверх (см. рис).



В этот момент времени палка находилась на высоте $H=5$ м от земли. Считайте, что размер палки намного меньше высоты H. Сколько времени палке еще лететь до земли? Ускорение свободного падения $g=10$ м/с^2.

8. (*15 баллов*) Политропический процесс – процесс, при котором теплоёмкость газа остается неизменной. Уравнение подобного процесса $pV^n=\text{const}$, где n – показатель политропы.

Один моль многоатомного газа в качестве рабочего тела тепловой машины участвует в цикле 1-2-3-1. Дан график зависимости показателя политропы n от объёма, занимаемого газом. Найдите КПД цикла 1-2-3-1, если температура в точке 1 равна $T_1=300$ К, а тепло, подведённое в процессе 2-3, равно $Q_{23}=8310$ Дж. Универсальная газовая постоянная $R=8{,}31$ Дж/моль·К.



1. (*11 баллов*) Решите уравнение $x^2 - 42y^2 = 1$ в простых числах.

2. (*13 баллов*) Пусть

$$P_n(x) = (x^2 - x + 1) \cdot (x^4 - x^2 + 1) \cdot \ldots \cdot \left(x^{2^n} - x^{2^{n-1}} + 1\right).$$

Установите, что больше: $P_{11}(2)$ или 10^{1200}?

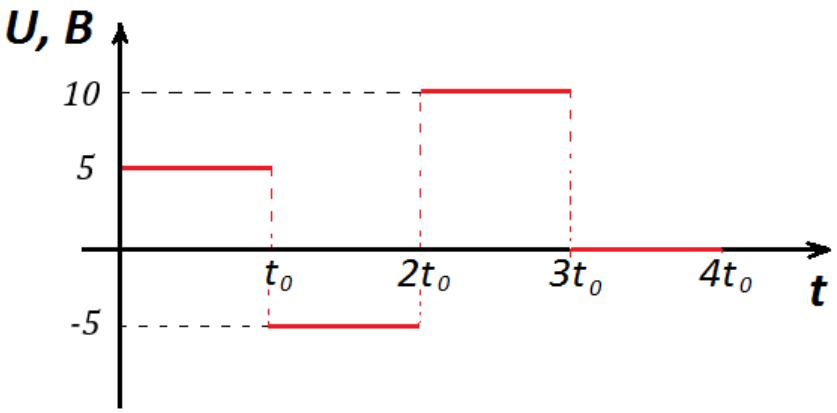
3. (*13 баллов*) Пятачок и Винни Пух пришли в гости к Кролику. Кролик для них приготовил угощенье: банку мёда, торт и кастрюлю с компотом. Известно, что Пятачок может съесть банку мёда за 10 минут, торт за 13 минут и выпить кастрюлю компота за 14 минут, а Винни Пух может все это сделать за 6, 6 и 7 минут соответственно. За какое наименьшее время они завершат трапезу?

4. (*13 баллов*) Найдите $xy + 2yz + \sqrt{3}xz$, где x, y, z положительные числа, удовлетворяющие системе уравнений

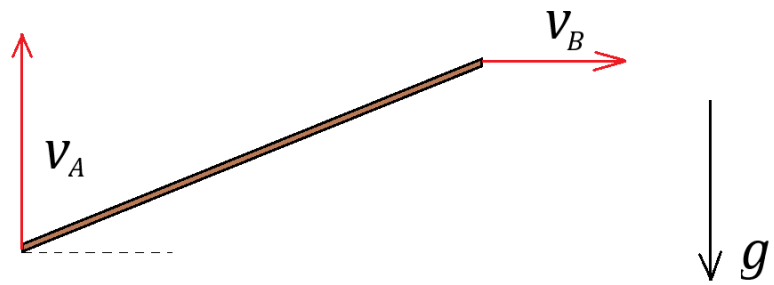
$$\begin{cases} y^2 + z^2 = 100, \\ x^2 + xz + z^2 = 169, \\ x^2 + \sqrt{3}xy + y^2 = 225. \end{cases}$$

5. (*10 баллов*) Тонкий стержень стоит на некотором расстоянии от тонкой линзы перпендикулярно главной оптической оси. При этом формируется увеличенное в ***x*** раз изображение этого стержня. После того как стержень сдвинули вдоль главной оптической оси на некоторое расстояние от линзы, изображение стало в ***x*** раз уменьшенным. После этого стержень ещё раз подвинули в ту же сторону на то же самое расстояние. И изображение опять стало в ***x*** раз увеличенным. Определите ***x***.

6. (*10 баллов*) Напряжение в цепи от 0 до $4t_0$ изменяется по закону, который показан на графике. Далее цикл повторяется. Определите действующее напряжение в данной цепи.



7. (*15 баллов*) Хозяин, выгуливая собаку, бросил ей в качестве апорта прямую однородную палку. Она полетела, вращаясь в вертикальной плоскости. В определённый момент времени скорости концов палки оказались равны $v_A=3\sqrt{3}$ м/с и $v_B=3$ м/с. При этом одна из них направлена строго горизонтально, а вторая – строго вертикально вверх (см. рис).



В этот момент времени палка находилась на высоте $H=4$ м от земли. Считайте, что размер палки намного меньше высоты H. Сколько времени палке еще лететь до земли? Ускорение свободного падения $g=10$ м/с^2.

8. (*15 баллов*) Политропический процесс – процесс, при котором теплоёмкость газа остается неизменной. Уравнение подобного процесса $pV^n=\text{const}$, где n – показатель политропы.

Один моль двухатомного газа в качестве рабочего тела тепловой машины участвует в цикле 1-2-3-1. Дан график зависимости показателя политропы n от объёма, занимаемого газом. Найдите КПД цикла 1-2-3-1, если температура в точке 1 равна $T_1=400$ К, а тепло, подведённое в процессе 2-3, равно $Q_{23}=16620$ Дж. Универсальная газовая постоянная $R=8{,}31$ Дж/моль·К.

