

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА НИКОЛАЯ II  
НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА  
САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ»  
ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

# **Инженерная олимпиада школьников: идеи, задачи, решения**

*В помощь старшеклассникам*

Учебное пособие

Под редакцией С.Е. Муравьева

Москва 2016

УДК 371.2(075)  
ББК 74.200.58я7  
И 62

**Инженерная олимпиада школьников: идеи, задачи, решения.** В помощь старшеклассникам: *Учебное пособие* / Под ред. С.Е. Муравьева. – М.: НИЯУ МИФИ, 2016. – 128 с.

*Авторы:* М.Е. Бушуева (НГТУ, Нижний Новгород), Е.А. Изжеуров (СГАУ, Самара), Б.Г. Комаров (СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург), П.Г. Кузнецов (САРФТИ НИЯУ МИФИ), И.Ю. Ляхов (НГТУ, Нижний Новгород), А.А. Минина (СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург), С.Е. Муравьев (НИЯУ МИФИ, Москва), А.П. Прунцев (МГУПС (МИИТ), Москва), В.И. Скрытный (НИЯУ МИФИ, Москва), Д.В. Храмченков (НИЯУ МИФИ, Москва), И.В. Чостковская (СГАУ, Самара), И.Т. Шморин (РФЯЦ-ВНИИЭФ, САРФТИ НИЯУ МИФИ, Саров)

В последние годы на карте олимпиадного движения нашей страны появляются новые необычные точки – олимпиады, связанные не с конкретным школьным предметом, а, скорее, с «направлением человеческой деятельности», мета-, комплексные или межпредметные олимпиады. Одной из таких олимпиад является Инженерная олимпиада школьников, которая проводится в течение нескольких лет пятью ведущими инженерными вузами страны – НИЯУ МИФИ и МГУПС (МИИТ), Москва; НГТУ, Нижний Новгород; СГАУ, Самара; СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург. В пособии рассказано об Инженерной олимпиаде школьников, рассмотрены принципы составления заданий инженерной олимпиады, собственно задания за три года ее проведения и их подробные решения. Пособие адресовано старшеклассникам – будущим участникам Инженерной олимпиады школьников.

ISBN 978-5-7262-2253-0

© Национальный исследовательский  
ядерный университет «МИФИ», 2016

# Содержание

<b>1. Наука, техника и Инженерная олимпиада школьников .....</b>	<b>4</b>
<b>2. Формат и структура олимпиады.....</b>	<b>8</b>
<b>3. Параметры олимпиады.....</b>	<b>9</b>
<b>4. Подготовка к олимпиаде.....</b>	<b>11</b>
<b>5. Информация об олимпиаде.....</b>	<b>14</b>
<b>6. Пресса об олимпиаде .....</b>	<b>15</b>
<b>7. Принципы составления и структура заданий .....</b>	<b>16</b>
<b>8. Рекомендации для участников. Литература.....</b>	<b>20</b>
<b>9. Задания Инженерной олимпиады школьников .....</b>	<b>23</b>
9.1. Отборочный тур 2012–2013 учебного года .....	23
9.2. Заключительный тур 2012–2013 учебного года .....	25
9.3. Отборочный тур 2013–2014 учебного года .....	27
9.4. Заключительный тур 2013–2014 учебного года .....	29
9.5. Отборочный тур 2014–2015 учебного года, 9–10 класс .....	31
9.6. Отборочный тур 2014–2015 учебного года, 11 класс .....	33
9.7. Дополнительный отборочный тур 2014–2015 учебного года, 9–11 класс.	34
9.8. Заключительный тур 2014–2015 учебного года, 9–10 класс .....	36
9.9. Заключительный тур 2014–2015 учебного года, 9–10 класс .....	38
9.10. Отборочный тур 2015–2016 учебного года, 9–10 класс.....	39
9.11. Отборочный тур 2015–2016 учебного года, 11 класс .....	41
<b>10. Решения.....</b>	<b>42</b>
<b>Приложение. Печатные материалы</b>	
<b>об Инженерной олимпиаде школьников.....</b>	<b>117</b>

## 1. Наука, техника и Инженерная олимпиада школьников

Важнейшей проблемой, стоящей сегодня перед всей образовательной системой нашей страны, является привлечение школьников к выбору инженерных и технических образовательных траекторий, а в более общем плане – ориентация молодежи на науку и технику. Ведь сегодня выбирают физику как один из предметов для сдачи ЕГЭ – а это показатель того, чего хочет школьник – не более 25 процентов выпускников 11 класса. А те государственные рычаги (административные и экономические), которые позволили в середине прошлого века решить проблему технологического отставания СССР от США в области атомного оружия (и не только) в настоящее время не действуют. И, кроме того, изменилось общество.



6 декабря 2015 г.  
Москва, НИЯУ МИФИ.  
Инженерная олимпиада школьников



6 декабря 2015 г.  
Димитровград, Ульяновская обл.,  
ДИТИ НИЯУ МИФИ.  
Инженерная олимпиада школьников

Двадцатый век был веком науки и техники, и это совсем не пустые слова. Все школьники знали, что такое дифференциал и жиклер, в чем разница между напряжением 127 и 220 В, и, даже имевшие двойку по физике, могли перебрать настольную лампу, почистить контакты в розетке и т.д. Сегодня же в развитых странах сформировано потребительское отношение к технике и уже выросло новое – «кнопочное» или «гаджетное» – поколение людей, кото-

рые, боимся, не смогут решить те задачи, которые будут стоять перед человечеством в будущем. А без техники, без инженерии, которые постоянно развиваются и совершенствуются, человечество не выживет – это очевидно.



Ленинградская обл., г. Лисий Нос.  
Центр по работе с одаренными детьми «Интеллект».  
Инженерная олимпиада школьников 2014 г.

Что же нужно, чтобы «повернуть» школьников к науке и технике? Многое. Конечно, главное – это общественная значимость, востребованность и экономическая состоятельность профессии ученого и инженера. Но не только. Если школа не подготовит хороших, квалифицированных выпускников, если они не пойдут в технические вузы, если не будут напряженно и ответственно учиться в вузе, осваивая трудную, но интересную профессию инженера, наша страна недополучит новых Курчатových, Черепановых, Королевых, Туполевых, Ползуновых, Поповых. Поэтому нужно и повышать уровень школьного образования, и всячески пропагандировать среди молодежи достижения науки и техники, и квалифицированно рассказывать об их проблемах, надеждах, перспективах. Это позволит заинтересовать молодых людей наукой и техникой и показать им, какой интересной является работа квалифицированного инженера (да простят нас уважаемые «юристы и экономисты», но сравнить разработку и создание новых инженерных устройств с вычитыванием положений и регламентов или занесением чужих зарплат в сводные таблицы мы никак не можем). В настоящее время определенный общественный поворот в направлении науки и техники

произошел – в настроениях школьников, родителей, СМИ. В частности, на нашем телевидении появились хорошие научно-популярные передачи и программы, рассчитанные на самую разную аудиторию. Это научные программы канала Дискавери с блестящим составом ведущих, программа «Академия» канала «Культура», передача «Естествознание: лекции+опыты» на канале «Карусель» (которую, правда, показывают около часа ночи), научно-популярный цикл «Смешарики» для самых маленьких (что особенно сложно и важно делать!). Но во всей этой просветительской работе есть один очень существенный изъян: она, как правило, происходит в отрыве от тех знаний по математике, физике, информатике, биологии, которые дети получают в школе, и потому не дает школьникам самостоятельно «попробовать» вкус настоящей инженерной работы, приложить свои знания и умения к ней. И здесь могут помочь олимпиады для школьников.



6 декабря 2015 г.

Самара, СГАУ. Инженерная олимпиада школьников

В настоящее время в нашей стране широкое распространение получили предметные олимпиады школьников, которые, с одной стороны, мотивируют школьников к учебе, а с другой, их победители и призеры могут получить весьма существенные льготы при поступлении в вузы. Учитывая этот интерес, пять крупнейших технических университетов нашей страны – Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Нижегородский государствен-

ный технический университет им. Р.Е. Алексеева, Самарский государственный аэрокосмический университет (национальный исследовательский университет) им. С.П. Королева, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) решили создать новую олимпиаду, которая позволила бы заинтересовать школьников инженерными направлениями обучения и мотивировать лучших из них к инженерному творчеству и инженерному образованию. Эту олимпиаду было решено назвать Инженерной олимпиадой школьников.



6 декабря 2015 г. Санкт-Петербург, СПбГЭТУ «ЛЭТИ».  
Инженерная олимпиада школьников

Задания инженерной олимпиады школьников связаны с современной инженерной физикой – «Физика в технике», «Физика в жизни человечества» или «Как это работает?». В задание олимпиады включаются задачи, в которых рассматриваются принципы работы и даются оценки параметров тех или иных инженерных систем или устройств. И хотя современная инженерия – глубоко специализированная дисциплина, не допускающая дилетантского подхода, задания олимпиады подбираются так, чтобы они были доступны школьникам, не требовали никаких специальных знаний, но при этом позволяли разобраться в принципах работы тех или иных инженерных устройств. Причем постановка всех задач была количественной, когда нужно было не просто написать о том, какой у меня хороший телефон, и какие замечательные эсмэски он посылает моим друзьям. Нет, во всех задачах требовалось что-то вычислить, или оценить, а уж если нужно было описать принципы рабо-

ты устройства, это нужно было сделать, опираясь на физические законы и количественные соотношения.

В тех случаях, когда задания немного «выходили» за рамки школьного курса физики, мы снабжали их достаточно подробными указаниями, позволяющими получить правильный «вход» в задачу.

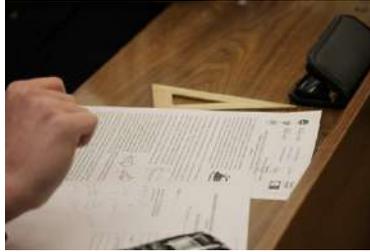
## 2. Формат и структура олимпиады

Инженерная олимпиада школьников проводится для школьников 9–11 классов в два этапа – отборочный и заключительный – одновременно на базе всех вузов-организаторов и на региональных площадках, созданных вузами-организаторами. Отборочный этап олимпиады состоит из нескольких туров и проводится в период октябрь-январь. Один из отборочных туров проводится дистанционно с использованием сети Интернет. Заключительный этап олимпиады проводится в феврале-марте; в нем могут участвовать победители и призеры отборочного этапа (до 45 % участников). Победителями и призерами олимпиады считаются победители и призеры заключительного этапа, которыми могут стать до 25 % участников заключительного этапа.



6 декабря 2015 г. Нижний Новгород, НГТУ. Инженерная олимпиада школьников

В 2014–2015 учебном году Инженерная олимпиада проводилась на 5 площадках вузов-организаторов и 12 региональных площадках в Москве, Арзамасе, Байконуре, Белгороде, Дмитровграде, Рязани, Сарове, Северске, Смоленске.



Москва, НИЯУ МИФИ. Инженерная олимпиада школьников 2014 г.

В отборочном этапе Инженерной олимпиады школьников 2014–2015 учебного года приняли участие более 1500 школьников, в заключительный этап прошли около 500 человек, победителями и призерами стали 82 человека.

Существенный прорыв в становлении Инженерной олимпиады школьников произошел в 2015–2016 учебном году. Отборочный тур олимпиады проводился на 26 площадках в РФ и Казахстане (Байконур, Алматы). В олимпиаде приняли участие 4584 школьника, победителями и призерами стали 116 человек.

### 3. Параметры олимпиады

В своем нынешнем формате инженерная олимпиада школьников проводится, начиная с 2012–2013 учебного года, и в течение трех лет входит в перечень олимпиад школьников, утверждаемый Министром образования и науки РФ. В 2013–2014 и 2014–2015 учебных годах эта олимпиада была олимпиадой 3-го уровня, в перечне олимпиад 2015–2016 учебного года, ей присвоен высокий второй уровень.



6 декабря 2015 г.

Москва, НИЯУ МИФИ. Инженерная олимпиада школьников



Москва, НИЯУ МИФИ. Инженерная олимпиада школьников 2013 г.

**Количественные параметры участия школьников  
в инженерной олимпиаде школьников**

Учебный год	Участники, классы			Площадки	Победители и призеры		
	9	10	11		9	10	11
2012–2013	–	–	938	Москва (НИЯУ МИФИ, МГУПС (МИИТ)), Самара (СГАУ), Санкт-Петербург (СПбГЭТУ «ЛЭТИ»), Нижний Новгород (НГТУ)	–	–	32
2013–2014	–	287	1088	Москва (НИЯУ МИФИ, МГУПС (МИИТ)), Самара (СГАУ), Санкт-Петербург (СПбГЭТУ «ЛЭТИ»), Нижний Новгород (НГТУ), Белгород (БГТУ им. Шухова), Лисий Нос (Ленинградская обл., Центр Интеллект), Арзамас (Нижегородская обл., филиал НГТУ), Димитровград (Ульяновская обл., ДИТИ НИЯУ МИФИ)	–	2	61
2014–2015	215	284	944	Москва (НИЯУ МИФИ, МГУПС (МИИТ), МГСУ, РГУ нефти и газа им. Губкина), Самара (СГАУ), Санкт-Петербург (СПбГЭТУ «ЛЭТИ»), Нижний Новгород (НГТУ), Белгород (БГТУ), Лисий Нос (Ленинградская обл., Центр Интеллект), Арзамас (Нижегородская обл., филиал НГТУ), Димитровград (Ульяновская обл., ДИТИ НИЯУ МИФИ), Байконур (МКШ), Смоленск (лицей при НИЯУ МИФИ), Саров (САРФТИ НИЯУ МИФИ, Технопарк «Саров»), Рязань (лицей № 52), Северск (СТИ НИЯУ МИФИ)	17	18	47

Включение олимпиады в перечень олимпиад школьников позволяет победителям и призерам олимпиады получить доступ в любые вузы нашей страны, а не только в вузы-организаторы олимпиады. Это (по решению каждого вуза) может быть или зачисление без вступительных испытаний, или оценка 100 баллов ЕГЭ по физике при участии в конкурсе (вместо «настоящей» оценки по физике), при условии получения на ЕГЭ по физике оценки не ниже 75 баллов. Кроме того, начиная с 2014–2015 учебного года, все вузы РФ получили право учитывать индивидуальные достижения поступающих, добавляя определенное количество баллов к конкурсной сумме баллов ЕГЭ (до 10 баллов). Все вузы-организаторы инженерной олимпиады учитывали результативное участие в олимпиаде и тех школьников, которые не стали победителями и призерами.

#### **4. Подготовка к олимпиаде**

Оргкомитет инженерной олимпиады школьников проводит активную работу по приобщению школьников к олимпиаде и помогает им в подготовке к олимпиаде, тем более, что задания олимпиады значительно отличаются от традиционных олимпиадных заданий по физике. Сотрудники методической комиссии и жюри встречаются со школьниками и учителями, проводят мастер-классы и разборки заданий. Такие мастер-классы проходили на базе всех вузов-организаторов, во многих школах, домах детского технического творчества и центрах образования одаренных школьников, на региональных площадках проведения олимпиады в Москве, Нижнем Новгороде, Самаре, Санкт-Петербурге, Сарове, Байконуре, Смоленске, Тамбове, Липецке. По самым скромным подсчетам в этих занятиях приняли участие более 2000 школьников. Традиционно во время всех туров инженерной олимпиады школьников проводятся встречи со школьниками, родителями, представителями учительской общественности.



«На суше и на море». Июнь 2015 г. Спортивный лагерь НИЯУ МИФИ «Волга». Школа для победителей и призеров олимпиады. С.Е. Муравьев разбирает задание с участниками



9 января 2016 г. Технопарк. Саров. Перед олимпиадой

На сайте олимпиады размещены задания прошлых лет, видеолекции с разборами олимпиадных заданий:

[http://www.youtube.com/watch?v=NZQjNxCx\\_Ew](http://www.youtube.com/watch?v=NZQjNxCx_Ew)  
(задание 2012/13 учебного года),

[http://www.youtube.com/watch?v=\\_SJCIdT6x0g](http://www.youtube.com/watch?v=_SJCIdT6x0g)  
(задание 2013/14 учебного года),

[https://www.youtube.com/watch?v=lkg53\\_0wt1I&feature=youtu.be](https://www.youtube.com/watch?v=lkg53_0wt1I&feature=youtu.be)  
(задание 2014/15 учебного года), которые дают возможность подготовиться к олимпиаде участникам из разных регионов нашей

страны и из-за рубежа (к этим урокам к настоящему времени было более 10000 обращений).



6 декабря 2015 г.  
Саров. САРФТИ НИЯУ МИФИ.  
Инженерная олимпиада школьников



3 июня 2015 г. Спортивный лагерь НИЯУ МИФИ «Волга».  
Летняя школа для победителей и призеров Инженерной олимпиады школьников

В начале лета 2014 года на базе спортивного лагеря НГТУ «Ждановец» состоялась летняя школа для одаренных школьников Нижегородской области (около 100 участников). В школе приняли участие организаторы инженерной олимпиады школьников, которые провели с участниками мастер-классы. Зимой 2015 года на базе Технопарка «Саров» прошла выездная школа для одаренных школьни-

ков Нижегородской и Владимирской областей, во время которой прошел и отборочный тур инженерной олимпиады. В начале лета 2015 года на базе спортивно-оздоровительного лагеря НИЯУ МИФИ «Волга» прошла летняя школа участников инженерной олимпиады на площадке НИЯУ МИФИ (80 участников). Разработчики заданий провели с участниками разборы задач прошлых лет, рассказали о принципах составления заданий. Такая работа с участниками инженерной олимпиады школьников будет продолжена.

В течение 2015–2016 учебного года были проведены две школы для победителей, призеров и участников олимпиады – в Москве в январе (число участников – 100 человек) и в городе Лесной Свердловской области (число участников – 50 человек). В начале июня планируется школа в Алматы (Казахстан).

## 5. Информация об олимпиаде

Вся информация об олимпиаде содержится на постоянно действующих страницах сайтов вузов организаторов:

НИЯУ МИФИ – <http://mephi.ru/entrant/olimpiads/engineer/>

СПбГЭТУ «ЛЭТИ» –

<http://www.eltech.ru/ru/abiturientam/olimpiady-shkolnikov/inzhenernaya-olimpiada-shkolnikov>

МГУПС (МИИТ) – <http://olimp.miit.ru>,

НГТУ – [www.ntu.ru](http://www.ntu.ru)

СГАУ – <http://fdp.ssau.ru/olymp/>.



6 декабря 2015 г.

Лесной, Свердловская обл. Член жюри олимпиады Д.В. Храмченков

На этих страницах размещена вся информация об олимпиаде – нормативная (положение и регламент), об организаторах, о струк-

туре и графике проведения, задания прошлых лет с разбором и методическими рекомендациями. Все участники олимпиады регистрируются на сайтах вузов-организаторов в системах информационного сопровождения олимпиады и получают всю необходимую информацию о своем участии в олимпиаде через личные кабинеты в этих системах. Оргкомитеты олимпиады в каждом вузов-организаторе оказывают участникам необходимую консультационную поддержку на всех этапах проведения олимпиады.

## 6. Пресса об олимпиаде

Не могла пройти мимо инженерной олимпиады школьников и «образовательная» пресса (тем более, что в оргкомитет инженерной олимпиады входят главные редакторы ряда периодических изданий такого рода). За три года была опубликована серия статей в образовательных журналах для школьников и учителей «Потенциал» и «Физика. 1-е сентября» с разборами заданий инженерной олимпиады. В приложении к настоящему изданию мы привели сканы нескольких публикаций. Некоторые задачи инженерной олимпиады школьников были опубликованы в разделе «Задачник Кванта» замечательного журнала для школьников «Квант».



6 декабря 2015 г.  
Лесной, Свердловская обл.  
Инженерная олимпиада школьников

Публиковались материалы об олимпиаде и в «многотиражках» вузов-организаторов, например в газетах «Инженер-физик» (НИЯУ МИФИ), «Политехник» (НГТУ), «ЛЭТИ» (СГАУ и СПбГЭТУ).

## 7. Принципы составления и структура заданий

Согласно главной идее олимпиады ее профильный предмет – физика, ведь именно физика является основой большинства современных технологий. Учитывая технологические приложения физики, в задании изначально планировалось включить прикладную механику и статику (с простейшими расчетами статических инженерных конструкций), техническую термодинамику, электротехнику, электронику, геометрическую оптику, элементы ядерных технологий. В задания инженерной олимпиады помещается рассмотрение работы тех или иных инженерных устройств по принципу «Как это работает?», присутствуют задачи-оценки, однако задание не выходит за рамки школьной программы по физике.



6 декабря 2015 г. Байконур, МКШ. Инженерная олимпиада школьников

К настоящему времени уже более точно сформулированы принципы распределения задач по разделам инженерии и уровню их сложности. Это распределение (впрочем, довольно условное) является следующим (задание олимпиады 2014–2015 учебного года составлялось в соответствии с этим примерным распределением<sup>1</sup>).

**1. Как работает то или иное техническое устройство или прибор, причем из любой области: электрическое, механическое, тепловое.** По данной схеме, чертежу или описанию школь-

---

<sup>1</sup> Всего задание содержит шести задач.

ники должны описать принципы работы данного устройства. Если участники смогут сопроводить свое описание расчетами или оценками, прекрасно, это может увеличить их оценку за это задание. Такой задачей была, например, задача о штангенциркуле (8.1), прокатном стане (3.3) или уголковом отражателе (1.5).



6 декабря 2015 г.  
Белгород, БГТУ им. Шухова.  
Инженерная олимпиада школьников



6 декабря 2015 г.  
Димитровград, ДИТИ НИЯУ МИФИ

**2. Задача-оценка параметров инженерных устройств или протекания тех или иных явлений.** Такая задача также может быть поставлена в рамках любого раздела физики – механики, молекулярной физики, электричества. Такими задачами были оценка объема своего тела (8.2), оценка расстояния, пройденного спутником до места падения при резком изменении его скорости по сравнению с первой космической (3.6) и др.

**3. Техническая термодинамика.** Это может быть задача на расчет КПД цикла тепловой машины (9.4), вычисление параметров газа в том или ином устройстве, задачи на закон теплопроводности Фурье (4.2 и 3.1). К таким задачам относятся задачи на вычисление отношения теплоемкостей газа при постоянном объеме и давлении (3.2), оценка установившейся температуры в загородном доме по известным тепловым потерям и др.

**4. Электротехника или электроника.** Это могут быть задачи на цепи постоянного (5.4 и 6.2) или переменного тока, энерговыделение в таких цепях (7.4), соединение проводников, цепи с про-

стейшими электронными приборами – диодами (6.5) и, может быть, с транзисторами (пока такие задачи не давались).



6 декабря 2015 г.  
Тамбов, лицей № 14.

Инженерная олимпиада школьников



6 декабря 2015 г.  
Москва, НИЯУ МИФИ

**5. Прикладная механика или статика.** В этом пункте давались задачи, традиционные для прикладной механики – шарниры, ползуны, оценки сил, возникающих в тех или иных механических конструкциях (например, анализ шарнира Липкина-Посселье, 3.4). Важная часть этого направления – анализ устройств, в которых «работает» сила трения (например, задача о фрикционном храповом механизме, оценка отношения мощности, развиваемой на дороге передне- и заднеприводным автомобилем (3.5), оценка принципов «работы» лыжных мазей (7.3) и др.).



6 декабря 2015 г. Нижний Новгород, НГТУ.  
Все на Инженерную олимпиаду!

**6. Вычислительная задача, в которой необходимы и идеи, и оценки, и расчеты.** Эта задача может быть поставлена в разных областях инженерии или на пересечении различных областей. Требуется серьезных математических выкладок (например, задача об оценке формы цепи подвесного моста, 9.6).



6 декабря 2015 г.

Рязань, лицей № 52. Инженерная олимпиада школьников



6 декабря 2015 г.

Тамбов, лицей № 14. Член оргкомитета олимпиады А.С. Бочкарев и директор лицея Г.Р. Любич

В тех случаях, когда задача олимпиады лежала на границе школьного курса физики или чуть-чуть выходила за эту границу, давалась дополнительная информация участникам олимпиады с помощью указаний к условию (так, закон теплопроводности Фурье приводился в качестве указания к условию задачи об остывании загородного дома).



6 декабря 2015 г.  
Москва, НИЯУ МИФИ

Что касается сложности задач олимпиады, то планировалось, чтобы одну задачу решило большинство ее участников, половину задания смогли решить 20–30 % участников, все задачи – единицы.

И еще об одной особенности заданий инженерной олимпиады школьников нужно сказать. Мы хотели, чтобы задание было интересным и красивым, позволило всем участникам олимпиады почувствовать, что физика может стать основой их будущей профессии, и что профессия физика или инженера – это действительно интересно! Приходите на инженерную олимпиаду будущих лет. Скучно не будет! Будет интересно!!!

## **8. Рекомендации для участников. Литература**

Как подготовиться к инженерной олимпиаде? Честно говоря, не знаем... Решать задачи по физике. Набирать и знания, и умения, и навыки. Развивать здравый смысл, ведь он – здравый смысл – полноправный участник работы любого инженера и нашей инженерной олимпиады. И еще. Для успешного выступления в инженерной олимпиаде важна широта знаний, при решении задач она обязательно поможет.

Важно также уметь проводить оценки тех или иных величин. Выбрасывать несущественное, оставляя главное. Здесь мы можем рекомендовать решать прекрасные задания Всесибирской олимпиады и олимпиады «Будущее Сибири», в заданиях которых задачи всегда представлены оценки и задачи, связанные с объяснением реального физического явления вокруг нас.

6 декабря 2015 г.  
Нижний Новгород, НГТУ



Используйте также наши сайты. На них найдете и все задания олимпиады, и нормативные документы, и видеоразборы многих задач, которые давались на инженерных олимпиадах школьников. Обязательно их прорешайте!



9 января 2016 г. После олимпиады. Обсуждение нюансов задач

И, наконец, книги. Используйте для подготовки книги. Ведь в нашей стране издано много хороших и очень хороших книг и просто по физике, и по инженерной физике. Список книг, которые можно использовать для подготовки, мы с удовольствием приводим.

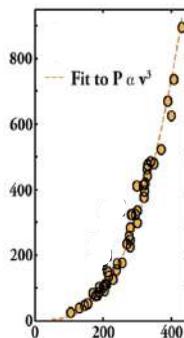
1. Асламазов Л.Г., Слободецкий И.Ш. Задачи и не только по физике. М.: Техносфера, 2005.
2. Ашеулов С.В., Барышев В.А. Задачи по элементарной физике. Л.: Изд-во ленинградского университета, 1974.

3. Баканина Л.П., Белонучкин В.Е., Козел С.М., Мазанько И.П. Сборник задач по физике. М.: Наука, 1990.
4. Бендриков Г.А., Буховцев Б.Б., Керженцев В.В., Мякишев Г.Я. Физика. Сборник задач с решениями. М.: ОНИКС 21 век – АЛЬЯНС-В, 2002.
5. Бутиков Е.И., Быков А.А., Кондратьев А.С. Физика в примерах и задачах. М.: Наука, 1979.
6. Воробьев И.И., Зубков П.И., Кутузова Г.А., Савченко О.Я., Трубачев А.М., Харитонов В.Г. Задачи по физике. М.: Наука, 1988.
7. Всероссийские олимпиады по физике. 1992–2001 / Под ред. С.М. Козела и В.П. Слободянина. М.: Вербум-М, 2002.
8. Гольдфарб Н.И. Физика. Задачник. 10–11 классы. М.: Дрофа, 2012.
9. Зильберман А.Р., Сурков Е.Л. Задачи для физиков. М.: Знание, 1971.
10. Калашников Н.П., Муравьев С.Е. Начала физики. Смоленск: Ойкумена, 2013.
11. Любимов К.В., Новиков С.М. Знакомимся с электрическими цепями. М.: Наука, 1981.
12. Меледин Г.Ф. Физика в задачах: экзаменационные задачи с решениями. М.: Наука, 1990.
13. Низамов И.М. Задачи по физике с техническим содержанием. М.: Просвещение. 1980.
14. Павленко Ю.Г. Начала физики. М.: Экзамен, 2005.
15. Павленко Ю.Г. Физика. Избранные задачи. Кн. 1 и 2. М.: Экзамен, 2008.
16. Попов А.И. Теоретическая механика. Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010.
17. Резников З.М. Прикладная физика. М.: Просвещение, 1989.
18. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1977.
19. Элементарный учебник физики / Под ред. Г.С. Ландсберга. Т. 1–3. М.: Просвещение, 2001.
20. Физика. Учебник для углубленного изучения физики / Под ред. Г.Я. Мякишева. Кн. 1–5. М.: Дрофа, 2004–2006.

## 9. Задания Инженерной олимпиады школьников

### 9.1. Отборочный тур 2012–2013 учебного года

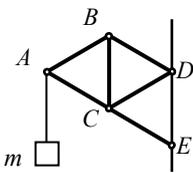
1.1. На рисунке приведен график зависимости мощности автомобиля (ось ординат, кВт) от максимальной скорости, которую он способен развивать (ось абсцисс, км/ч). Этот график построен по данным автопроизводителей относительно машин одного класса, имеющих близкие размеры: каждая точка соответствует какому-либо автомобилю – заявленная производителем мощность мотора откладывалась по оси ординат, максимальная скорость, развиваемая этим автомобилем, откладывалась по оси абсцисс. Наилучшим образом набор точек описывается кубической зависимостью ( $P \sim v^3$ ). Объясните эту связь мощности двигателя автомобиля и его максимальной скорости.



1.2. Во многих инженерных системах в качестве термомеханических датчиков

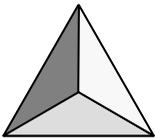
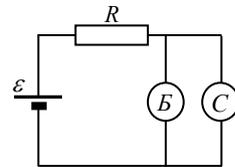
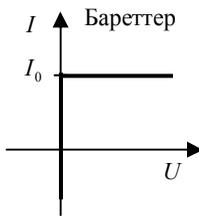
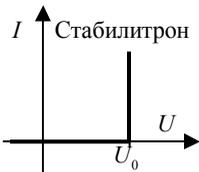


(датчиков, испытывающих значительные деформации при изменении температуры) используются биметаллические пластины. Биметаллическая пластина состоит из двух пластинок, изготовленных из металлов с отличающимися коэффициентами линейного термического расширения и скрепленных между собой по всей поверхности контакта. Объясните, почему такая пластина будет изгибаться при нагревании или охлаждении, и оцените радиус изгиба и величину прогиба пластины при повышении ее температуры на величину  $\Delta T$ . Исходная длина пластины  $l$ , ее толщина  $\Delta h$ , коэффициенты линейного теплового расширения металлов, входящих в состав пластины,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Считать, что толщина пластины много меньше радиуса изгиба. Оцените величину прогиба биметаллической пластины из стали ( $\alpha_1 = 1,2 \cdot 10^{-5}$  град $^{-1}$ ) и латуни ( $\alpha_2 = 1,9 \cdot 10^{-5}$  град $^{-1}$ ),  $l = 10$  см,  $\Delta h = 0,5$  мм,  $\Delta T = 100$  °С. Сравните величину прогиба и величину удлинения пластинки.



**1.3.** Тело массой  $m$  подвешено на нити, прикрепленной к точке  $A$  прикрепленного к стене кронштейна  $ABCDE$ , состоящего из шести невесомых стержней одинаковой длины, соединенных шарнирно (см. рисунок; длина отрезка  $DE$  на стене также равна длине стержня). Растянут или сжат стержень  $BC$ ? Найти силу упругости стержня  $BC$ .

**1.4.** Вольтамперные характеристики бареттера и стабилитрона (приборов, служащих для стабилизации силы тока или напряжения соответственно) приведены на рисунках внизу слева. Построить графики зависимости, напряжения и тока через стабилитрон и бареттер, а также тока через резистор от ЭДС источника в электрической цепи, приведенной на рисунке внизу справа.



**1.5.** Угловой отражатель представляет собой устройство в виде тетраэдра с тремя взаимно перпендикулярными отражающими внутренними поверхностями (см. рисунок). Группы таких отражателей размещают на устройствах, которые должны эффективно отражать падающий на них свет

(такие отражатели используют, например, в локационных целях, на спасательных средствах, знаках дорожного движения и др.). Рассмотрите отражение произвольного луча света таким отражателем и объясните, каков принцип его работы. Блок угловых отражателей был установлен на советском

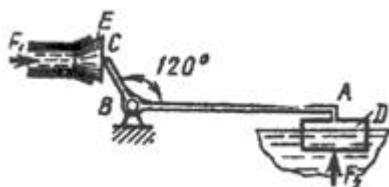


автоматическом аппарате Луноход-1, работавшем на Луне (см. фото). Как Вы думаете, зачем?

**1.6.** Оцените среднее давление пороховых газов в стволе ружья в момент выстрела. Считать, что пуля при вылете из ствола имеет скорость 400 м/с, и на разгон пули идет половина выделяющейся энергии. Значения всех остальных необходимых для оценки величин выберите сами, исходя из своих знаний, опыта и здравого смысла.

## 9.2. Заключительный тур 2012–2013 учебного года

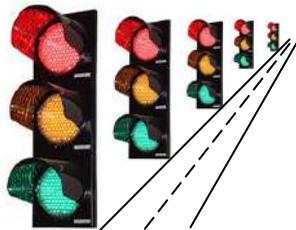
**2.1.** Поплавковый регулятор уровня, состоящий из двуплечего рычага  $ABC$  с поплавком  $D$  и запирающего трубопровод клапана  $E$ , служит для перекрытия трубопровода в момент заполнения бака водой (см. рисунок).



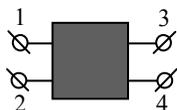
В этот момент плечо  $AB$  рычага располагается горизонтально. Приняв  $AB = 300$  мм,  $BC = 30$  мм и силу давления воды на клапан  $F_1 = 60$  Н, определить значение действующей на поплавок подъемной силы  $F_2$ . Весом частей механизма пренебречь.

**2.2.** Баллон, содержащий некоторое количество кислорода, разрывается при испытаниях при температуре  $t_1 = 727$  °С. Такой же баллон, содержащий смесь вдвое меньшего количества кислорода и вчетверо меньшего (по массе) количества неизвестного газа, разрывается при температуре  $t_2 = 127$  °С. Какой это газ?  $\mu_{O_2} = 32$  г/моль.

**2.3.** Для организации дорожного движения по типу «зеленый коридор» рассматривается следующая модель: вдоль бесконечно длинной дороги на одинаковом расстоянии  $l$  стоят светофоры. На каждом периодически включается и через время  $T$  выключается красный свет, затем на то же самое время включается зеленый, причем на каждом следующем све-

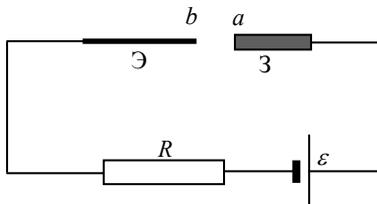


тофоре красный свет включается в тот момент, когда на предыдущем включается зеленый. Найти все возможные периоды работы светофоров  $T$ , при которых возможно равномерное безостановочное движение машины со скоростью  $v$ ? Машина начинает движение со светофора в момент включения на нем зеленого света.



**2.4.** «Черный ящик» (коробка с неизвестной схемой) имеет две пары выводов. Если к выводам 1–2 приложить напряжение  $U$ , то идеальный вольтметр, подсоединенный к выводам 3–4, покажет напряжение  $U/2$ . Если же напряжение  $U$  приложить к выводам 3–4, вольтметр, подсоединенный к выводам 1–2, покажет напряжение  $U$ . Предложить схему «ящика» (такого рода схему принято называть делителем напряжения).

**2.5.** Для получения дугового разряда на постоянном токе при электросварке применяется электрическая цепь, показанная на рисунке.



Электрическая дуга горит на промежутке  $a-b$  между электродом (Э) и металлической заготовкой (3), включенной в цепь. Вольтамперную характеристику дуги (зависимость напряжения на участке  $a-b$   $U_{a-b}$  от электрического тока в дуге  $I$ ) можно приближенно представить в виде

$$U_{a-b} = A + \frac{B}{I},$$

( $A$  и  $B$  – известные постоянные,  $A = 55$  В и  $B = 45$  В). Дуга будет гореть устойчиво, если в цепь последовательно с дугой включают дополнительный резистор, называемый балластным. При каком максимальном значении сопротивления балластного резистора  $R$  будет гореть дуга? Напряжение источника  $\varepsilon = 85$  В, все элементы цепи (кроме балластного резистора) омического сопротивления не

имеют. Каким будет ток в дуге, если сопротивление балластного резистора составляет половину того максимального значения, при котором горит дуга?

**2.6.** Парашютист спускается на землю с раскрытым парашютом. Оценить его скорость. Значения всех необходимых для оценки величин выберите сами, исходя из своих знаний, опыта и здравого смысла.

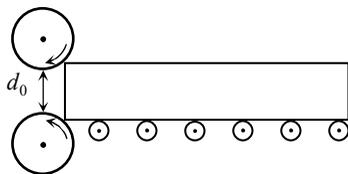
### 9.3. Отборочный тур 2013–2014 учебного года

**3.1.** Если терморегулятор утюга поставить в положение «капрон», его нагреватель периодически включается на 10 с и периодически выключается на 40 с. Поверхность утюга при этом нагревается до  $100\text{ }^\circ\text{C}$  (и слабо меняется при включении-выключении нагревателя из-за инерционности теплопередачи). Если терморегулятор поставить в положение «хлопок», то нагреватель будет включаться на 20 с и выключаться на 30 с. Определить установившуюся температуру поверхности утюга в этом положении. Считать, что теплоотдача пропорциональна разности температур поверхности утюга и окружающего воздуха. Температура в комнате  $20\text{ }^\circ\text{C}$ .



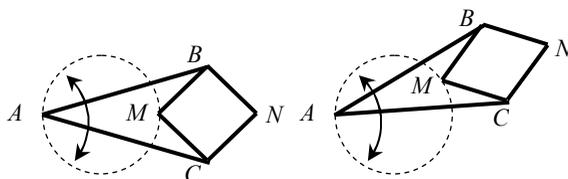
**3.2.** Для измерения отношения теплоемкостей газа при постоянном давлении  $c_p$  и постоянном объеме  $c_V$  провели такой эксперимент. Газу, имеющему начальные объем  $V_0$  и давление  $p_0$ , сообщили некоторое количество теплоты, поддерживая постоянным его давление. При этом его объем вырос до значения  $2V_0$ . Затем газ вернули в начальное состояние и сообщили ему то же количество теплоты, но в процессе при постоянном объеме, при этом его давление выросло до значения  $p_1$ . Найти по этим данным отношение теплоемкостей  $c_p / c_V$ .

**3.3.** На прокатном стане заготовка, двигаясь по направляющим, подается к валкам, которые, вращаясь, затягивают ее в пространство между собой, одновременно деформируя ее. При



каком минимальном коэффициенте трения валки будут втягивать заготовку, если радиус валков  $R$ , расстояние между ними  $d_0$ , толщина заготовки  $d$  ( $d > d_0$ )? Заготовку не подталкивают. Благодаря каким силам происходит «прокатывание» заготовки между валками прокатного стана?

**3.4.** Для преобразования одного типа движения в другое (например, вращательного в колебательное, движение по прямой или  $s$ -образное) во многих инженерных системах используют разнообразные шарнирные соединения и механизмы. Рассмотрите шарнирный механизм, изображенный на рисунке.



Две направляющие одинаковой длины  $AB$  и  $AC$  скреплены между собой в точке  $A$ . К концам направляющих прикреплен ромб  $BMCN$ ; соединения всех звеньев механизма – шарнирные. Механизм совершает вращение вокруг точки  $A$ , при этом точка  $M$  движется по окружности (поэтому ромб  $BMCN$  при вращении механизма «сжимается»). По какой линии будет двигаться точка  $N$ ? Ответ обосновать.

**3.5.** Как направлена сила трения, действующая на ведущие колеса автомобиля, при разгоне (а), торможении (б), повороте (в)? Равна ли эта сила своему максимальному значению  $\mu N$  ( $\mu$  – коэффициент трения,  $N$  – сила реакции полотна дороги), и если да, то в каких ситуациях? А в каких ситуациях нет? Хорошо это, или плохо, если сила трения достигает своего максимального значения? Почему? Какой автомобиль может развивать на дороге большую мощность – передне- или заднеприводный – при одинаковой мощности мотора и почему? Считать, что масса автомобиля распределена равномерно, и его центр тяжести находится посередине.

**3.6.** Чтобы уничтожить искусственный спутник Земли, движущийся с выключенным двигателем по круговой орбите на высоте 100 км, величину его скорости быстро уменьшают на 1 %. В пре-

небрежении силой сопротивления воздуха оцените, какое расстояние пролетит спутник от точки, в которой его скорость уменьшилась, до точки падения на поверхность Земли.

#### 9.4. Заключительный тур 2013–2014 учебного года

**4.1.** Светофор создает автомобильную «пробку». При включении красного и зеленого сигнала на одинаковое время (время горения желтого – мало) средняя (за несколько периодов включения-выключения светофора) скорость перемещения машин в «пробке» составила  $v = 1$  м/с. При этом скорость движения каждой машины (когда она ехала) составляла  $u = 6$  м/с. В чем причина отличия средней скорости перемещения машин в «пробке» от половины скорости их движения? Во сколько раз вырастет средняя скорость машины в «пробке» при увеличении скорости их движения в 2 раза? Считать, что поток машин «не перемешивается», все водители дисциплинированы и трогаются, когда стоящая впереди машина уже поехала; машины либо движутся со скоростью  $u$  (или  $2u$  во втором случае), либо стоят.

**4.2.** Температура на улице  $t_0 = -20$  °С. Если в доме с кирпичными стенами включить нагреватель, через некоторое время в доме устанавливается температура  $t_1 = 1$  °С. Какой будет температура в доме, если внутреннюю поверхность стен обложить теплоизолирующим материалом, толщина которого в 15 раз меньше толщины кирпича, а коэффициент теплопроводности в 10 раз меньше коэффициента теплопроводности кирпича? Мощность нагревателя и температура на улице не менялись. Где выгоднее располагать теплоизолятор для лучшего сохранения тепла – внутри или снаружи дома и почему? Считать, что потери тепла происходят только через стены.

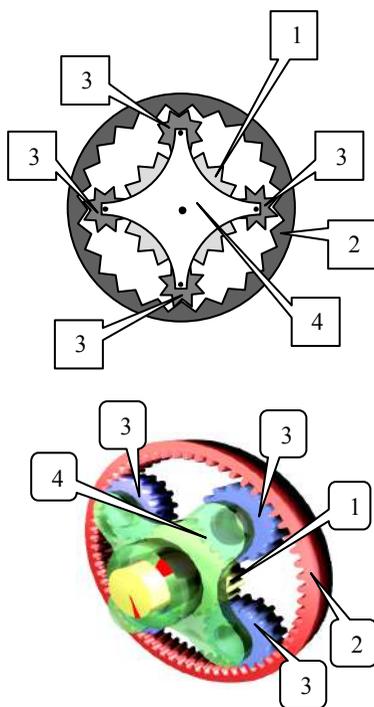
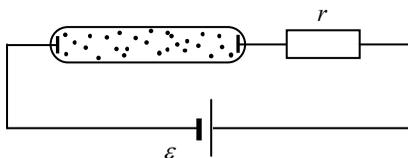
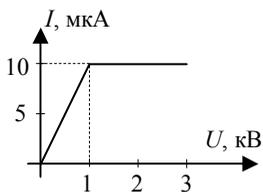
*Указание.* Количество тепла  $q$ , переносимого в единицу времени через единицу площади тонкого слоя толщиной  $\Delta x$ , одна поверхность которого поддерживается при температуре  $t_1$ , вторая – при температуре  $t_2$ , определяется законом Фурье:  $q = \lambda(t_2 - t_1) / \Delta x$ , где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности слоя.

**4.3.** Балка массы  $m$  имеет длину  $l$  и толщину  $h = l/8$ . Левый нижний угол балки



соединен с вертикальной стеной шарниром, верхний левый угол прикреплен к стене горизонтальным тросом. Определить силу давления балки на шарнир.

4.4. Вольтамперная характеристика газового разряда дана на графике. Газовую трубку с последовательно соединенным сопротивлением  $r = 3 \cdot 10^8$  Ом подключают к источнику постоянной ЭДС  $\varepsilon = 6$  кВ. Найти напряжение на трубке. Сопротивлением источника пренебречь.



4.5. Планетарная передача (см. рисунок и схему) состоит из центральной (солнечной) шестерни (1 на рисунке), внешней (коронной) шестерни (2) и трех-четырех шестерен-спутников (3), которые соединены друг с другом с помощью жесткой конструкции – водила (4), и могут вращаться вокруг своей оси каждая и все вместе вокруг солнечной шестерни, вращая водило. Такая передача позволяет передавать мощность от солнечной шестерни на коронную шестерню и водило в разных пропорциях. Передачи такого типа используются в дифференциалах автомобилей или автоматических коробках передач. Пусть радиус солнечной шестерни –  $R$ , внутренний радиус коронной шестерни –  $2R$ , угловая скорость солнечной шестерни  $\omega$ , коронной –  $4\omega$ , ко-

ронная и солнечная шестерни вращаются в одном направлении. Найти угловые скорости вращения шестерен-спутников вокруг своих осей и угловую скорость водила. Какой будет угловая скорость водила, если угловая скорость солнечной шестерни  $\omega$ , а коронная шестерня заблокирована? Какой будет угловая скорость коронной шестерни, если угловая скорость солнечной шестерни  $\omega$ , а водило заблокировано? Каким образом можно использовать планетарную передачу в дифференциалах автомобилей?

**4.6.** Плавкий предохранитель представляет собой кусочек проволоки, который плавится, если сила тока через него превышает значение  $I = 1$  А. Оценить, при каком токе перегорит предохранитель, изготовленный из проволоки того же материала, но с втрое большей длиной, и вчетверо большим диаметром. Считать, что теплоотдача пропорциональна разности температур проволоки и окружающей среды и площади поверхности проволоки.

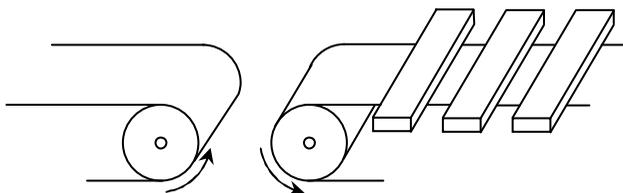
### ***9.5. Отборочный тур 2014–2015 учебного года, 9–10 класс***

**5.1.** В инженерных расчетах давления газов или жидкостей используется множество разных единиц измерений. В русскоязычной литературе сейчас в основном используется паскаль ( $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/1 м}^2$ ), хотя иногда используются также миллиметры ртутного или водяного столба (как давление, оказываемое столбом соответствующей жидкости высотой 1 мм). В Британской инженерной системе единиц единицей измерения давления является фунт-силы на квадратный дюйм, которая определяется как давление тела массой 1 фунт (1 lbf), находящегося в стандартном гравитационном поле, на 1 квадратный дюйм ( $1 \text{ in}^2$ ) – эту единицу обозначают как  $\text{lbf/in}^2$  или  $\text{psi}$  – round-force per square inch. Найти соотношение между единицами (с точностью до четырех значащих цифр):  $1 \text{ мм рт. ст.} = \dots \text{ lbf/in}^2$ , если  $g = 9,8067 \text{ м/с}^2$ , плотность ртути  $\rho_{\text{рт}} = 13595 \text{ кг/м}^3$ ,  $1 \text{ дюйм (in)} = 2,54 \text{ см}$ ,  $1 \text{ фунт (lb)} = 0,45359 \text{ кг}$ .

**5.2.** Имеется шесть кнопок-выключателей, которые могут замыкать-размыкать электрическую цепь. Выключатели включены в электрическую цепь вместе с лампочкой. Пока ни одна кнопка не нажата, лампочка не горит. При одновременном нажатии первой, второй и пятой кнопок лампочка загорается. Никакая другая ком-

бинация нажатых кнопок лампочку не включает. Объясните, как работает такая цепь, и нарисуйте схему простейшей цепи, обладающей такими свойствами.

**5.3.** Детали, движущиеся по правому конвейеру, надо передать на левый конвейер, переворачивая их при этом «вверх ногами». Предложите простейшее решение, применив всего одно дополнительное устройство. Нарисуйте соответствующий чертеж.

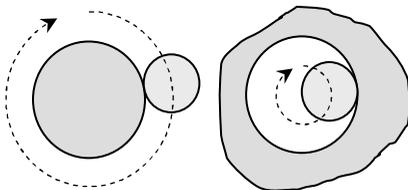


**5.4.** При замыкании пальцами полюсов батарейки с напряжением 1,5 В действие тока практически не ощущается. Замыкание телом человека полюсов бытовой электрической сети с напряжением 220 В очень опасно. Рабочее напряжение на лампочке накаливания карманного фонарика 3 В, ее номинальная мощность 1 Вт. Из большого количества последовательно соединенных лампочек собрали елочную гирлянду, которую включили в бытовую электрическую сеть. Затем одну лампочку вывернули из патрона и в этот патрон сунули палец. Каким будет действие тока – сильным или слабым? (Независимо от Вашего ответа делать этот опыт, чтобы проверить ответ экспериментально, на всякий случай, не нужно.) Считать, что сопротивление тела человека составляет 1 кОм.



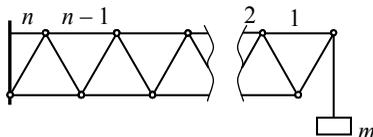
**5.5.** На концах крыльев многих моделей современных самолетов есть небольшие дополнительные крылышки, которые называются винглеты (см. фото). Выскажите и обоснуйте предположения относительно влияния винглетов на подъемную силу крыльев самолетов.

**5.6.** Диск радиусом  $R$  обкатывает неподвижный диск радиусом  $2R$  (т.е. движется по поверхности большого диска без проскальзывания; левый рисунок). Сколько оборотов вокруг своей оси совершит малый диск, когда его центр повернется на угол  $\Delta\varphi$  вокруг большого? Второй раз диск радиусом  $R$  движется без проскальзывания по внутренней поверхности полого цилиндра радиусом  $2R$  (правый рисунок), также поворачиваясь на угол  $\Delta\varphi$ . Сколько оборотов вокруг своей оси совершит малый диск в этом случае?

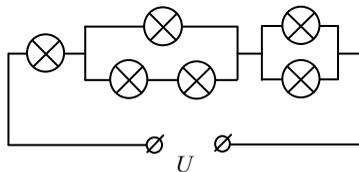


### 9.6. Отборочный тур 2014–2015 учебного года, 11 класс

**6.1.** К кронштейну, состоящему из одинаковых невесомых стержней, соединенных шарнирами, прикреплен груз массой  $m$  так, как это показано на рисунке. Найти силу натяжения  $(n - 1)$ -го стержня.

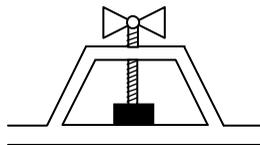


**6.2.** Из-за зависимости сопротивления лампы накаливания от температуры ее вольтамперная характеристика нелинейна и может быть приближенно представлена в виде  $I = \alpha\sqrt{U}$ , где  $\alpha = 0,15 \text{ A/B}^{1/2}$ , предельное напряжение для лампы  $U_0 = 4 \text{ В}$  (при большем напряжении лампа перегорает). К источнику с напряжением  $U$  подключают шесть таких ламп так, как показано на рисунке. При каком минимальном напряжении  $U$  одна из ламп перегорит? Какая?



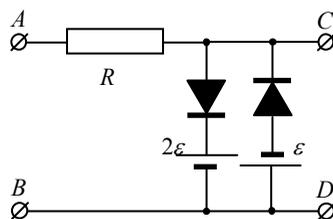
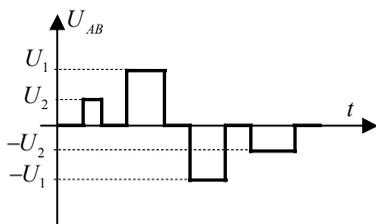
**6.3.** Задача 5.3 из задания для 9–10 класса.

**6.4.** В винтовом прессе заготовка прижимается к опоре давящим штоком, который приводится в движение относительно рамы с помощью винта. Шаг резьбы винта (расстоя-



ние между ближайшими бороздками) –  $h$ . К рукоятке винта приложена сила, которая создает момент относительно оси винта  $M$ . С какой силой шток прижимает заготовку к опоре? Трение между всеми поверхностями отсутствует.

**6.5.** Диодом называется устройство, которое пропускает электрический ток только в одном направлении. Рассмотрите работу схемы, которая называется двойным диодным ключом с ограничением напряжения (см. рисунок).



Пусть к точкам  $AB$  электрической цепи («вход» цепи) прикладывают электрическое напряжение, график которого в зависимости от времени приведен на рисунке. Постройте графики зависимости напряжения на участке  $CD$  («выход» цепи) от времени в случае различных соотношений между величинами  $U_1, U_2, \varepsilon$  и  $2\varepsilon$ . Предложите возможные варианты использования такой схемы. Значения ЭДС и сопротивления резисторов даны на рисунке, диод считать идеальным – его сопротивление «в прямом» направлении равно нулю, в обратном – бесконечности. Сопротивления источников равны нулю.

**6.6.** Задача 5.6 из задания для 9–10 класса.

### 9.7. Дополнительный отборочный тур 2014–2015 учебного года, 9–11 класс

**7.1.** «Черный ящик» (коробка с неизвестной электрической схемой внутри) имеет две пары выводов. Если к выводам 1 приложить напряжение  $U$ , то идеальный вольтметр, подсоединенный к выводам 2, покажет напряжение  $U/2$ . Если же напряжение  $U$  приложить к выводам 2, вольтметр, подсоединенный к выводам 1, пока-

жет  $U$  (такая электрическая цепь называется делителем напряжения). Предложите простейшую схему «ящика».

**7.2.** Из двух металлов с модулями Юнга  $E_1$  и  $E_2$  изготовили два стержня с одинаковыми сечениями. Длина первого стержня (с модулем Юнга  $E_1$ ) вдвое больше длины второго стержня (с модулем Юнга  $E_2$ ). Стержни сварили торцами, стык обработали, а затем покрасили так, что получившийся стержень выглядит как однородный. Инженер измеряет модуль Юнга стержня, нагружая его и измеряя удлинение. Какой модуль Юнга он измерит?

*Указание.* Модуль Юнга  $E$  определяется как коэффициент пропорциональности между напряжением ( $F/S$ ) и относительным удлинением стержня ( $\Delta l/l$ ):  $F/S = E\Delta l/l$ , где  $F$  – сила, растягивающая или сжимающая стержень;  $S$  – площадь поперечного сечения;  $\Delta l$  – его удлинение или укорочение;  $l$  – первоначальная длина.

**7.3.** Лыжник едет попеременным ходом (не коньковым), не используя палки. Как направлена сила трения, действующая на лыжи со стороны снега, и как она меняется в процессе движения лыжника? Как должны «работать» лыжные мази для обеспечения эффективного движения лыжника?



Они должны уменьшать или увеличивать трение между лыжей и снегом? На какие части лыжи эффективнее наносить мази?

**7.4.** Имеется четыре проволочных спирали с сопротивлениями 12, 15, 30 и 60 Ом. Как из этих спиралей составить нагреватель максимальной мощности, рассчитанный на работу в электрической цепи с источником напряжения, внутреннее сопротивление которого 20 Ом, а ЭДС 20 В? Чему равна эта максимальная мощность?

**7.5.** Вертолет массой  $M = 500$  кг с лопастями длиной  $l = 3$  м неподвижно «завис» над поверхностью земли. Оценить мощность двигателя вертолета. Считать, что весь воздух под лопастями движется вниз. Плотность воздуха –  $\rho = 1$  кг/м<sup>3</sup>.

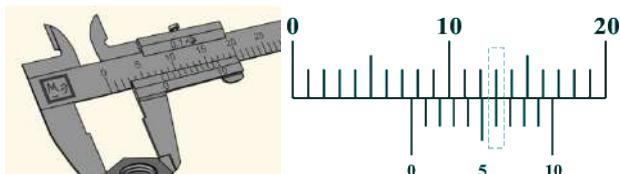




**7.6.** Насос бытового пылесоса создает в камере сбора пыли разрежение 15 кПа, при этом пылесос прокачивает через себя 20 л воздуха в секунду (это средние значения соответствующих параметров для мощных бытовых пылесосов распространенных марок). Какую работу совершает насос пылесоса над воздухом в единицу времени (мощность всасывания)? Оцените, при какой мощности всасывания пылесос сможет «втянуть» с пола монету «1 копейка». Диаметр монеты  $d = 15,5$  мм, масса  $m = 1,5$  г.

### 9.8. Заключительный тур 2014–2015 учебного года, 9–10 класс

**8.1.** Для измерений размеров используется точный измерительный прибор – штангенциркуль, который кроме основной шкалы имеет дополнительную подвижную шкалу – нониус, цена деления которой составляет 0,9 мм. Название «нониус» произошло от фамилии автора – португальского математика Нуниша (пишется Nonius). Нониус позволяет измерять размеры с точностью 0,1 мм. Объясните, как это удается сделать.



**8.2.** Оцените объем своего тела. Также оцените и обоснуйте точность этой оценки, т.е. укажите интервал вблизи данного Вами значения, внутри которого истинное значение объема обязательно попадет. Значения всех необходимых для оценки величин выберите сами, исходя из своих знаний, опыта и здравого смысла.



**8.3.** Колонны Исаакиевского собора в Санкт-Петербурге изготовлены из гранита и имеют высоту  $h = 30$  м. Оцените, на сколько сжаты колонны под действием собственной тяжести. Плотность гранита  $\rho = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, модуль Юнга  $E = 5 \cdot 10^{10}$  Па.

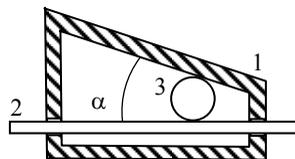
*Указание.* Модуль Юнга  $E$  определяется как коэффициент пропорциональности между напряжением ( $F/S$ ) и относительным удлинением образца ( $\Delta l/l$ ):  $F/S = E\Delta l/l$ , где  $F$  – сила, растягивающая или сжимающая образец;  $S$  – площадь поперечного сечения образца;  $\Delta l$  – его удлинение или укорочение;  $l$  – первоначальная длина.

**8.4.** При установке трехламповой люстры с двумя выключателями была допущена ошибка. В результате этого при замыкании одного из выключателей все три лампы горели неполным накалом. При замыкании другого выключателя нормально горела только одна из ламп, а две другие вообще не горели. Тот же эффект давало одновременное замыкание обоих выключателей. При разомкнутых выключателях все три лампы не горели. Нарисуйте возможную схему выполненного монтажа и объясните, как нужно исправить схему, чтобы при помощи этих выключателей включались и горели полным накалом одна (при замыкании одного выключателя), две (при замыкании второго) или все три лампы (при замыкании обоих выключателей).

**8.5.** Космическая станция представляет собой шар радиусом  $R$ , температура поверхности которого в результате работы аппаратуры внутри станции и излучения тепла в пространство поддерживается равной  $T$ . Станцию окружают тонкой сферической оболочкой радиуса  $2R$ . Найти новую температуру поверхности станции и температуру оболочки.

*Указание.* Единица поверхности станции и оболочки излучают по всем направлениям энергию, пропорциональную четвертой степени их температуры (закон Стефана Больцмана).

**8.6.** Храповым механизмом называется устройство, допускающее движение подвижных частей (зубчатых колес, штоков и др.) только в одном направлении. Во фрикционных храповых механизмах силой, препятствующей движению, является сила трения. На рисунке представлен фрикционный храповой механизм, состоящий из полого наклонного корпуса 1 и направляющей 2, которая может перемещаться вправо или влево в отверстиях в корпусе. Между направляющей и наклонной гранью корпуса расположен маленький шарик 3. Объясните принцип рабо-



бы фрикционного храпового механизма, состоящего из полого наклонного корпуса 1 и направляющей 2, которая может перемещаться вправо или влево в отверстиях в корпусе. Между направляющей и наклонной гранью корпуса расположен маленький шарик 3. Объясните принцип работы фрикционного храпового механизма.

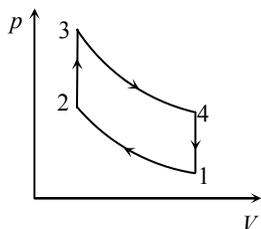
ты механизма. Какое трение – между шариком и направляющей, шариком и корпусом, направляющей и корпусом обеспечивает его работу? В каком направлении – направо или налево – механизм препятствует движению направляющей? Считая, что коэффициент трения между шариком и направляющей равен  $\mu$  и меньше коэффициента трения между шариком и корпусом, определите, при каком угле  $\alpha$  храповой механизм не позволит направляющей перемещаться в одном из направлений при любой действующей на нее внешней силе.

### 9.9. Заключительный тур 2014–2015 учебного года, 9–10 класс

9.1. Задача 8.1 из задания для 9–10 класса.

9.2. Задача 8.2 из задания для 9–10 класса.

9.3. Задача 8.4 из задания для 9–10 класса.



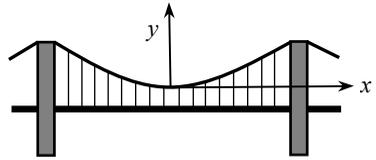
9.4. Двигатель внутреннего сгорания работает по циклу, состоящему из двух адиабат и двух изохор (цикл Отто). Бензин впрыскивается в цилиндр двигателя при комнатной температуре ( $T_1 = 20^\circ\text{C}$ , состояние 1 на рисунке). Затем на участке 1–2 смесь воздуха с бензином адиабатически (без теплообмена с окружающей средой) сжимается, нагреваясь до температуры

$T_2 = 250^\circ\text{C}$ . Затем смесь поджигается (участок 2–3), затем совершает работу на участке адиабатического расширения 3–4, а затем на участке 4–1 выбрасывается из цилиндра и заменяется на холодный атмосферный воздух. Найти КПД двигателя. В адиабатическом процессе давление и объем газа связаны соотношением:

$pV^\gamma = \text{const}$ , где  $\gamma$  – некоторое известное число.

9.5. Задача 8.6. из задания для 9–10 класса.

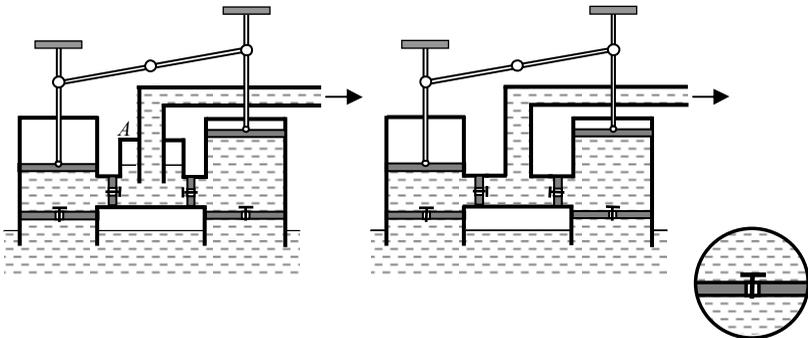
9.6. В настоящее время в мире широко используются висячие мосты. Несущая конструкция висячего моста представляет собой гибкий элемент (который называют «кабель» или «цепь»), закрепленный на прочных опорах – пилонах, а пролет моста подвешен к цепи на вертикальных тросах (см. рисунок).



Считая, что масса пролета много больше массы цепи, вертикальные тросы расположены близко друг к другу (так, что цепь можно считать плавной кривой), а их длины подобраны так, что силы натяжения всех тросов одинаковы, найти форму цепи (уравнение цепи в системе координат, показанной на рисунке).

### 9.10. Отборочный тур 2015–2016 учебного года, 9–10 класс

10.1. На рисунке приведены схемы двух пожарных насосов, которые ставятся на воду и при «качельном» движении поршней в цилиндрах обеспечивают движение воды. Объясните, как работают насосы. Левый насос отличается от правого наличием камеры *A*, в которой есть небольшое количество воздуха. В чем функция этой камеры? В чем проявляется разница в работе насосов? Клапаны пропускают воду только в одном направлении (внизу справа клапан показан более крупно).



6 декабря 2015 г.  
Инженерная олимпиада школьников

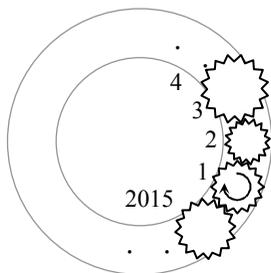


**10.2.** Песок является важнейшим природным сыпучим материалом, применяемым в строительстве. Параметрами, определяющими свойства сыпучего материала, являются его истинная плотность (плотность частиц материала) и насыпная плотность (средняя плотность сыпучего материала в неуплотненном состоянии). Оцените насыпную плотность песка, считая, что все песчинки имеют одинаковый размер, если его истинная плотность  $\rho = 2600 \text{ кг/м}^3$ . Как насыпная плотность зависит от размера песчинок? Все необходимые для расчета величины выберите исходя из здравого смысла.



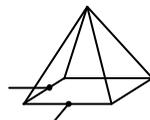
жду нижним концом трубки и охлаждаемым устройством, а также ее верхним концом и окружающей средой. Объясните принцип работы трубки. Оцените, какое количество воды необходимо пропускать в единицу времени по обычной системе охлаждения, чтобы обеспечить ту же теплопередачу от устройства к окружающей среде. Температура устройства  $T_0 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ , температура окружающей среды  $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Для оценки возьмите в качестве удельной теплоемкости воды  $c = 4 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$ , удельная теплота парообразования жидкости в трубке  $\lambda = 2 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ . Предложите конструкцию тепловой трубки, которая могла бы работать в горизонтальном положении.

**10.3.** Для охлаждения устройств, температура которых не сильно превышает температуру окружающей среды (например, «материнской» платы компьютера) используют тепловые трубки – запаянные с двух концов трубки, содержащие жидкость с низкой температурой кипения. Теплообмен осуществляется между

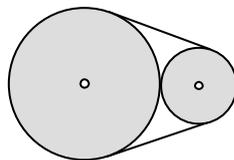


**10.4.** В плоскости расположено 2015 зубчатых колес (с отличающимися размерами) с зацепляющимися зубцами. Колеса расположены по кругу, как показано на рисунке, и 2015 кольцо зацепляется за первое. Первое кольцо вращается по часовой стрелке (см. рисунок). Может ли вращаться такая система? Ответ обосновать.

**10.5.** Из проволоки спаяли четырехугольную пирамиду. Все ребра основания имеют сопротивление  $r$ , боковые ребра –  $2r$ . К серединам двух соседних ребер основания подводят электрическое напряжение. Найти сопротивление пирамиды.

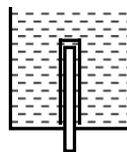


**10.6.** На два шкива с радиусами  $R$  и  $3R$ , лежащие в одной плоскости, надели стягивающее их резиновое кольцо. Известно, что нерастянутое кольцо плотно (но без усилия) надевается на большой шкив. Найти силы, с которыми шкивы действуют друг на друга. Коэффициент жесткости резины, из которой сделано кольцо, равен  $k$ . Считать, что закон Гука работает для любых удлинений резины кольца.



### 9.11. Отборочный тур 2015–2016 учебного года, 11 класс

**11.1 (Сифон Герона).** Древнегреческий механик Герон Александрийский считается одним из первых инженеров в истории Земли. Он изобрел: автомат для продажи воды, прообраз парового двигателя, одометр (прибор для измерения скорости вращения колеса) и другие устройства (первый век нашей эры!). Одно из изобретений Герона – сифон – изогнутая трубка, позволяющая жидкости перетекать из одного сосуда в другой (кстати, слово «сифон» переводится с греческого как насос). На рисунке показан двойной сифон Герона. В дне стакана сделано отверстие, в которое плотно вставлена открытая с двух концов трубка. На трубку надевается вторая трубка диаметром чуть больше первой и закрытая сверху. Контакт между второй трубкой и дном стакана неплотный, так, что при налипании жидкости в стакан она подтекает под край. В стакан до краев быстро наливают воду так, что вода за время налипания в сосуд не успевает вылиться через трубку. Что будет происходить потом? Ответ обоснуйте.



В стакан до краев быстро наливают воду так, что вода за время налипания в сосуд не успевает вылиться через трубку. Что будет происходить потом? Ответ обоснуйте.

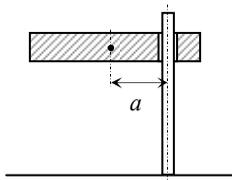
**11.2.** Задача 10.2 из задания для 9–10 классов.

**11.3.** Задача 10.3 из задания для 9–10 классов.

**11.4.** Задача 10.5 из задания для 9–10 классов.

**11.5.** Мяч бросают вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 10$  м/с. Учитывая силу сопротивления воздуха, определите, что больше,

время подъема или спуска. Оцените отношение времен подъема и спуска, если известно, что установившаяся скорость падения этого мяча в воздухе равна  $10v_0$ . Считайте, что сила сопротивления воздуха, действующая на мяч, пропорциональна его скорости.



**11.6.** На вертикальный стержень круглого сечения радиуса  $r = 0,5$  см надевают пластину с вырезанным в ней круглым отверстием, диаметр которого немного больше диаметра стержня. Толщина пластины –  $d = 1$  см, расстояние от ее центра тяжести до центра стержня –  $a = 10$  см. При каком значении коэффициента трения между пластиной и стержнем пластина не будет соскальзывать по стержню?

## 10. Решения

**1.1.** Одна из характеристик автомобиля, которую приводят производители в аннотации – его максимальная скорость. А от чего она зависит? И с чем вообще связан предел для скорости автомобиля: ведь если двигатель работает, то он должен продолжать и продолжать разгонять автомобиль.

Очевидно, что ограничение для скорости должен дать какой-то механизм, связанный с потерей механической энергии. Двигатель работает, совершает механическую работу, и где-то она должна теряться, поскольку при движении машины с максимальной скоростью ее кинетическая энергия не возрастает. Потеря механической энергии может происходить только благодаря трению или сопротивлению воздуха. Чтобы трение обеспечило значительные потери энергии, колеса должны скользить по дороге, а в обычных условиях они не скользят, а катятся. Поэтому именно сопротивление воздуха обеспечивает ограничение скорости автомобиля. Давайте исследуем потери энергии, связанные с сопротивлением воздуха, в зависимости от скорости автомобиля.

При движении тела в среде возникает сила сопротивления среды, которая должна зависеть от скорости – ведь при нулевой скорости сила сопротивления должна равняться нулю). Механизм сопротивления заключается в том, что движущемуся телу приходится толкать

перед собой воздух, совершая над ним работу. Для оценки будем считать, что весь воздух перед собой машина разгоняет до своей скорости. Найдем из этого условия силу сопротивления воздуха.

Пусть скорость машины  $v$ , а площадь поперечного сечения  $S$ . Тогда за время  $\Delta t$  машина должна «толкнуть» вперед весь воздух, находящийся перед ней на том расстоянии, которое она пройдет за это время, т.е. на расстоянии  $v\Delta t$  от нее. Другими словами, машина всему воздуху, находящемуся в объеме

$$\Delta V = Sv\Delta t,$$

должна сообщить скорость  $v$ . Поскольку масса этого воздуха есть

$$\Delta m = \rho\Delta V = \rho Sv\Delta t,$$

а разгоняется он до скорости  $v$ , изменение импульса этого воздуха равно

$$\Delta p = \Delta mv = \rho Sv^2\Delta t.$$

Отсюда по второму закону Ньютона в импульсной форме

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$$

находим силу, которая действует со стороны машины на воздух

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho Sv^2.$$

По третьему закону Ньютона такая же сила действует со стороны воздуха на машину и, следовательно, является силой сопротивления воздуха.

Если машина движется с постоянной скоростью, то работы силы сопротивления воздуха и двигателя должны быть одинаковыми по величине. Поэтому

$$P = Fv = \rho Sv^3,$$

где  $P$  – мощность двигателя;  $Fv$  – мощность силы сопротивления воздуха. Из этой формулы следует, что максимальная скорость машины определяется корнем кубическим из максимальной мощности, которую может развивать двигатель, и, следовательно, если взять ряд моделей машин, для каждой модели взять заявленные производителем максимальную мощность ее двигателя и максимальную скорость, нанести точку с координатами  $P$  и  $v$  на коор-

динатную плоскость  $P-v$ , то точки, отвечающие разным машинам, должны ложиться на кубическую параболу, как это и видно из приведенного в условии графика.

**1.2.** В различных инженерных устройствах (в том числе и в бытовых) нужны термомеханические датчики, которые должны давать определенные команды<sup>1</sup> при нагревании (или охлаждении). Одна из функций таких датчиков – отключение тока при коротком замыкании в бытовых электрических сетях. Дело в том, что при соединении бытовых электрических контактов без нагрузки  $R$  (короткое замыкание) выделяется очень большая мощность

$$P = \frac{U^2}{R},$$

поскольку  $P \rightarrow \infty$  при  $R \rightarrow 0$ . Выделение большого количества теплоты может привести к пожару. Поэтому при возникновении короткого замыкания цепь нужно размыкать, причем это должен делать не человек, а сама цепь, поскольку человек может не успеть это сделать.

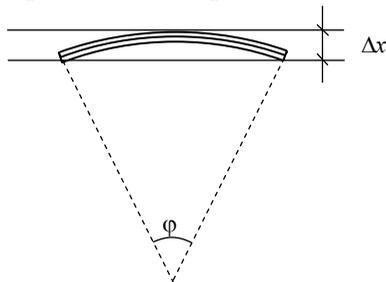
Идея разрыва цепи при коротком замыкании заключается в использовании термомеханических датчиков – при коротком замыкании возникает нагревание, при нагревании увеличиваются размеры тел; тела, увеличенные в размерах, могут разорвать электрическую цепь, нажав на соответствующие выключатели. Проблема только в том, что изменение размеров тел при нагревании – очень небольшое, поэтому, чтобы заметить изменение размеров, нужно сильно изменить температуру (когда все уже сгорит!). А можно ли увеличить деформацию тел при нагревании? Биметаллическая пластинка, которая рассматривается в настоящей задаче, и дает такую возможность.

Пусть есть прямая пластинка, изготовленная из двух разных металлов, спаянных по всей поверхности контакта (см. рисунок в условии). Что будет происходить при ее нагревании? Оба металла расширятся, но поскольку они разные, расширятся они по-разному. А поскольку они спаяны по всей площади контакта, пластине выгоднее согнуться, чем растягивать один и сжимать другой

---

<sup>1</sup> Например, разрывать электрическую цепь, перекрывать воду, включать электрический звонок и т.д.

металл. Причем при нагревании внутри изгиба будет пластинка из того металла, который меньше расширяется. Или, другими словами, та пластинка, которая удлинится при нагревании меньше, будет расположена вдоль дуги меньшего радиуса, в то время как более длинная пластинка расположится вдоль дуги большего радиуса (см. рисунок).



Сравним величину изгиба биметаллической пластинки с величиной ее удлинения. Радиус изгиба можно оценить из следующих соображений. Пусть биметаллическая пластина нагрелась на  $\Delta T$ . Тогда пластинки, из которых она состоит, удлинятся на следующие величины

$$\Delta l_1 = \alpha_1 \Delta T l \quad \text{и} \quad \Delta l_2 = \alpha_2 \Delta T l,$$

где  $l$  – первоначальная длина пластинок. Следовательно, для угла, на который опирается пластина после изгиба, можно записать (с учетом малой толщины пластины)

$$\varphi = \frac{l + \Delta l_1}{R} = \frac{l + \Delta l_2}{R + \Delta h}.$$

Отсюда, пренебрегая произведением двух малых величин, находим

$$R = \frac{l \Delta h}{\Delta l_2 - \Delta l_1} = \frac{\Delta h}{(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T}.$$

Величину прогиба пластины (величина  $\Delta x$  на рисунке) можно найти как

$$\Delta x = R - R \cos(\varphi / 2). \quad (*)$$

Если угол  $\varphi$  много меньше одного радиана (для реальных пластин это условие выполнено), то

$$\cos(\varphi / 2) \approx 1 - \varphi^2 / 8$$

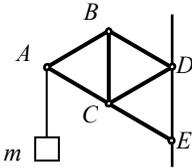
(это равенство можно получить из основного тригонометрического тождества и первого замечательного предела  $\sin \varphi \approx \varphi$ ), то формулу (\*) можно привести к виду

$$\Delta x = \frac{l^2}{8R} = \frac{l^2 (\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T}{8\Delta h}.$$

Подставляя в эту формулу данные в условии числа, найдем

$$\Delta x \approx 2 \text{ мм.}$$

Величина удлинения пластины составит  $\alpha/\Delta T \sim 2 \cdot 10^{-1}$  мм, т.е. на порядок меньше. А это значит, что для конструирования термомеханических датчиков выгоднее использовать изгиб биметаллических пластин, чем простое удлинение нагретого тела.



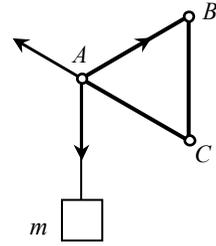
**1.3.** Конструкции из соединенных друг с другом металлических стержней используют в случаях, когда нужно укрепить какую-то сооружение. Например, железнодорожные и автомобильные мосты часто укрепляют такими конструкциями, которые называются фермами (см. рисунок кронштейна, сделанный из

стержней). Цель использования такого рода конструкций – замена опасных деформаций изгиба, менее опасными деформациями растяжения-сжатия. Действительно, изгиб пролета моста, укрепленного фермой, может произойти только при значительном сжатии или растяжении поперечных стержней, для чего нужны огромные силы. Поэтому ферма моста является прочностным элементом, существенно повышающим его прочность. Рассмотренная задача представляет собой некоторую модель мостовой фермы. Исследуем вопрос о том, какие деформации возникают в элементах кронштейна при его нагружении.

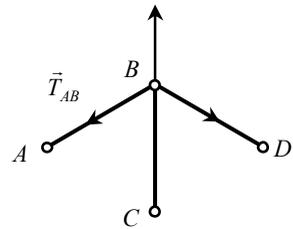
Во-первых, заметим, что при условии шарнирных креплений стержней и отсутствия у них массы (а массы стержней, как правило, много меньше массы внешних нагрузок, и ими пренебрегают), деформации стержней фермы могут быть только деформациями растяжения-сжатия. Во-вторых, для анализа нагрузок, возникающих в ферме, часто используют такой прием – мысленно удаляют один из стержней и смотрят на движение оставшихся частей. По нему можно сделать вывод о растяжении или сжатии удаленного стержня. Давайте мысленно удалим стержень *BC*. В этом случае точки *B* и *C*, очевидно, начнут сближаться, поскольку треугольник *CDE* останется на месте, а ромб *CABD* будет «складываться». По-

этому стержень  $BC$  сжат. Аналогично заключаем, что стержень  $AB$  растянут,  $AC$  – сжат.

Найдем силу натяжения стержня  $BC$ . Как указывалось выше, воздействие шарнира на стержень или стержня на шарнир может осуществляться только вдоль стержня, поэтому с учетом сжатия стержня  $AC$  и растяжения стержня  $AB$  на шарнир  $A$  действуют силы, показанные на рисунке: сила натяжения нити, равная силе тяжести груза, и силы натяжения стержней  $AB$  и  $AC$  (направленные вдоль этих стержней). Чтобы шарнир был в равновесии, сумма этих сил должна быть равна нулю. А поскольку углы между этими силами равны  $120^\circ$ , то их сумма равна нулю только в том случае, когда равны их величины. Поэтому  $T_{AB} = mg$ ,  $T_{AC} = mg$ .

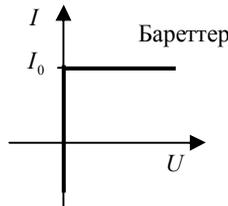


Рассмотрим теперь шарнир  $B$ . На него действуют три силы, сумма которых равна нулю, которые также направлены под углами  $120^\circ$  друг к другу и одна из которых равна  $T_{AB} = mg$ . Поэтому и две остальные силы  $T_{BC}$  и  $T_{BD}$  равны друг другу и силе  $T_{AB}$ . Потому



$$T_{BC} = mg.$$

**1.4.** Обсудим сначала вопрос о том, что такое вообще вольтамперная характеристика, и какую информацию она дает нам об электрическом приборе.



Вольтамперная характеристика – зависимость электрического тока, текущего через прибор, от электрического напряжения, приложенного к прибору. Для обычных сопротивлений – это прямая,

проходящая через начало координат, поскольку согласно закону Ома ток, пропорционален напряжению. Но существует много устройств, вольтамперные характеристики которых являются нелинейными. Как правило, нелинейность вольтамперной характеристики того или иного проводника связана с изменением количества носителей заряда в нем в зависимости от приложенного к нему напряжения или тока. При этом именно нелинейность вольтамперной характеристики позволяет использовать такие устройства для конструирования усилительных, арифметических или логических блоков, т.е. лежит в основе всей современной электроники.

Итак, о чем нам говорит вольтамперная характеристика стабилитрона. Пусть мы приложили к нему маленькое напряжение (меньше  $U_0$ ). Тогда ток через стабилитрон не течет. Если увеличивать напряжение, то при достижении напряжением величины  $U_0$ , через стабилитрон пойдет электрический ток; причем дальнейшее увеличение напряжения будет невозможным – стабилитрон сможет пропустить через себя весь, подводимый к нему заряд, но будет поддерживать напряжение на уровне  $U_0$ . Стабилитрон используют в том случае, если нужно «удержать» на определенном уровне напряжение на том или ином устройстве при том, что возможны скачки внешнего напряжения. Естественно, стабилитрон включают параллельно с тем устройством, на котором хотят поддерживать напряжение<sup>1</sup>.

Бареттер поддерживает на определенном уровне ток через себя при изменении напряжения в широких пределах и используется в том случае, если необходимо «удержать» ток через какое-то устройство при возможных скачках внешнего электрического напряжения. Включают бареттер последовательно с тем устройством, ток через которое нужно поддерживать на фиксированном уровне. «Излишки» напряжения бареттер «возьмет на себя» без увеличения тока.

Рассмотрим теперь подключение стабилитрона и бареттера, данное в условии. Но сначала заметим, что такое подключение приборов является довольно бессмысленным. Ведь функция бареттера –

---

<sup>1</sup> Конечно, в действительности стабилитрон поддерживает напряжение, равное  $U_0$ , только в определенных пределах изменения внешнего напряжения. При «выходе» за эти пределы он перегорает.

«удерживать» на одном уровне ток, при изменении напряжения в широких пределах. Функция стабилитрона «удерживать» напряжение на том участке, к которому он подключен. Поэтому бареттер и стабилитрон «мешают» друг другу, и так их никогда не включают. Но если нельзя, но очень хочется, давайте все-таки попробуем.

Рассмотрим сначала случай малых значений ЭДС источника. Как следует из вольтамперных характеристик, ток через стабилитрон может меняться в широких пределах (при напряжении  $U_0$ ). Ток через бареттер при ненулевом напряжении всегда равен  $I_0$ , при нулевом – может меняться от нуля до значения  $I_0$ . А поскольку ток через резистор определяется законом Ома, то при  $\varepsilon \leq I_0 R$  ток через резистор должен быть меньше, чем  $I_0$ , а такой ток через стабилитрон и бареттер может протекать только при нулевом напряжении. Поэтому в указанной области напряжение на бареттере и стабилитроне равно нулю, ток через стабилитрон равен нулю, ток через бареттер равен току через резистор с следующих случаях.

$$1. \text{ При } \varepsilon \leq I_0 R \quad U_{C,B} = 0, I_C = 0, I_{B,R} = \frac{\varepsilon}{R}.$$

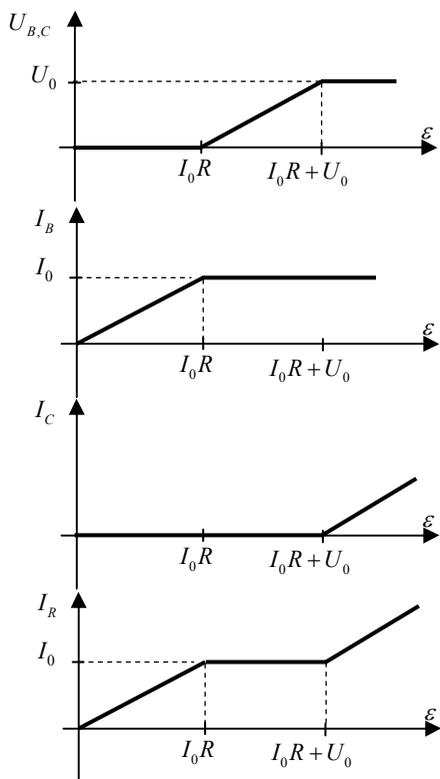
Если  $I_0 R \leq \varepsilon \leq I_0 R + U_0$ , ток через резистор может превосходить  $I_0$ , но не может превосходить  $I_0 + U_0 / R$ , а напряжение на стабилитроне и бареттере не может превосходить  $U_0$ . Но при таком напряжении ток через стабилитрон нулевой, а через бареттер не может быть больше  $I_0$ . Поэтому бареттер и стабилитрон будут «удерживать» ток в цепи, а напряжение на них будет линейно расти с ростом ЭДС источника.

$$2. \text{ При } I_0 R \leq \varepsilon \leq I_0 R + U_0 : I_{B,R} = I_0, I_C = 0, U_{C,B} = \varepsilon - I_0 R.$$

Если  $I_0 R + U_0 \leq \varepsilon$ , ток через бареттер равен  $I_0$ , напряжение на стабилитроне и бареттере равно  $U_0$ , ток через резистор равен

$I_R = \frac{\varepsilon - U_0}{R}$ , ток через стабилитрон равен разности тока через резистор и тока через бареттер:

$$3. I_0 R + U_0 \leq \varepsilon, \quad I_B = I_0, I_C = \frac{\varepsilon - U_0}{R} - I_0, U_{C,B} = U_0.$$

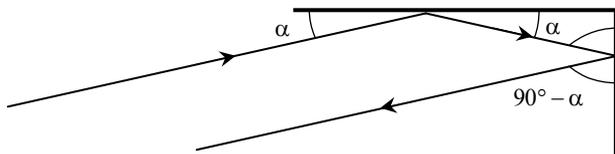


Графики зависимости напряжения и тока через стабилитрон и бареттер, а также тока через резистор от ЭДС источника ((1)–(3)) приведены на рисунке.

Обратим внимание читателя, что, несмотря на то, что бареттер и стабилитрон, подключенные так, как это рассматривается в задаче, «мешают» друг другу работать, мы сконструировали устройство, которое может «удерживать» ток или напряжение постоянными в определенных пределах, и, следовательно, в каких-то ситуациях это устройство может оказаться востребованным.

**1.5.** Можно ли изготовить такой отражатель, который отражал бы падающий луч точно назад, независимо от

того, как он падает на этот отражатель? А потребность в таких отражателях существует – при локации тех или иных объектов падающие лучи отражаются во все стороны, что крайне снижает радиус локации. На дорогах такие отражатели позволят сделать видимым знаки дорожного движения для водителей за счет света собственных фар автомобиля. Если обязать установить такие отражатели на автомобили, они сделали бы бесполезными антирадары, поскольку могли бы выполнять функции эффективных отражателей лучей. Очевидно, что зеркало с плоской поверхностью таким свойством не обладает – луч, падающий на зеркало не перпендикулярно его плоскости, будет отражаться не в направлении падения.



Давайте рассмотрим зеркало, состоящее из двух плоских зеркал, перпендикулярных друг другу. Рассмотрим произвольный луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной обоим зеркалам (см. рисунок). Пусть угол между этим лучом и зеркалом равен  $\alpha$ . Тогда угол между отраженным лучом и этим зеркалом также равен  $\alpha$ , а луч после отражения повернул на угол  $2\alpha$  по отношению к направлению своего первоначального распространения.

Геометрически очевидно, что угол между лучом и вторым зеркалом равен  $90^\circ - \alpha$ , и луч поворачивает при отражении на угол  $2(90^\circ - \alpha)$ . Таким образом, по отношению к направлению первоначального распространения луч поворачивает на угол

$$2\alpha + 2(90^\circ - \alpha) = 180^\circ,$$

т.е. луч независимо от угла его падения после отражения от двух зеркал распространяется точно в обратном направлении.

Это же утверждение будет иметь место и в общем случае. Для его доказательства заметим, что для проекции падающего и отраженного луча на любую плоскость также будет справедливо утверждение – угол падения равен углу отражения. Поэтому падающий и отраженный лучи можно спроецировать на плоскости, параллельные граням отражателя, для проекций справедливо рассмотренное выше доказательство, откуда и следует сделанное утверждение.

Таким образом, блок из трех взаимно перпендикулярных зеркал отражает любой луч точно назад и называется уголковым отражателем.

Уголковые отражатели широко используются в знаках дорожного движения. При езде на машине по ночной неосвещенной дороге можно увидеть следующую удивительную картину. Ограждение дороги на мостах маркируется отражателями – справа (на своей полосе) красными, слева (на встречной) – желтыми. Так вот, при проезде моста все эти отражатели видно в течение всего проезда.

Как такое возможно, ведь другого света, кроме света фар вашей машины нет? Это происходит благодаря угловым отражателям, из которых состоят отражающие элементы и которые отражают свет фар автомобиля в направлении автомобиля (и, значит и водителя) независимо от угла падения луча. Поэтому и видим мы свет своих фар, отраженный от этих элементов, в течение всего времени проезда по мосту. Изготавливают отражатели для знаков дорожного движения из металлической фольги, «выдавливая» в ней много небольших треугольных «ямок», которые играют роль угловых отражателей.

На Луноходе блок угловых отражателей размещался с целью точного определения расстояния от Земли до Луны и его сравнения с расстояниями, измеренными другими методами. Лазерный луч (имеющий малую расходимость) направлялся на отражатель и в той же точке на Земле регистрировался отраженный луч. По времени задержки можно было с высокой точностью определить расстояние от точки, из которой направлялся луч, до Лунохода.

Была и еще одна цель размещения отражателей на Луноходе – политическая. После американских экспедиций на Луну возник и активно муссировался в прессе слух, что на Луне американские астронавты якобы не были, а показанные по телевидению кадры высадки на Луну сняты на Земле. Так вот размещение углового отражателя на Луноходе позволяло любому заинтересованному человеку на Земле (обладающему минимальным набором лабораторного оборудования) проверить факт нахождения отражателя на Луне.

**1.6.** Для инженера или физика очень важно уметь оценить ту или иную величину, не проводя трудоемких расчетов. Тем более, что такие расчеты далеко не всегда удается выполнить. Для оценки той или иной величины нужно выделить главное явление, уравнение или соотношение, куда входит данная величина, и отбросить все малосущественное.

Главное, что делают пороховые газы в стволе ружья – это разгоняют пулю, причем скорость вылетающей из ствола пули, очевидно, связана с давлением пороховых газов. Поэтому оценивать давление газов нужно, связывая давление пороховых газов и начальную скорость пули. Причем эту связь, конечно, нужно искать с помощью теоремы об изменении кинетической энергии. (В условии задачи была дана подсказка – «половина работы пороховых газов

идет на разгон пули», причем ключевым словом здесь является слово «работа», а не слово «половина». Действительно, с точки зрения оценки давления, «половина» здесь совершенно несущественна, поскольку может привести к множителю  $1/2$  или  $1/4$ , что для оценки не считается ошибкой – оценка должна быть правильной по порядку величины.) Итак, используем теорему об изменении кинетической энергии пули – половина работы пороховых газов равна изменению кинетической энергии пули (вторая половина – на нагрев ствола и пули, на образование ударной волны и т.д.). Поэтому

$$\frac{mv^2}{2} \sim \frac{1}{2} pSl,$$

где  $m$  – масса пули;  $S$  – площадь сечения ствола ружья;  $l$  – длина ствола;  $p$  – среднее давление; коэффициент  $1/2$  – доля работы, идущая на разгон пули. Отсюда получаем

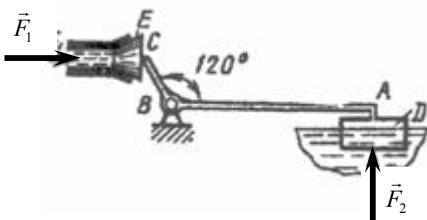
$$p \sim \frac{mv^2}{Sl}.$$

Используем:  $m = 20$  г,  $v = 400$  м/с,  $S = 2$  см<sup>2</sup>,  $l = 0,7$  м и найдем

$$p \sim \frac{mv^2}{Sl} \sim 3 \cdot 10^7 \text{ Па} \sim 300 \text{ атм.}$$

Очевидно, давление пороховых газов значительно меняется в процессе движения пули. А вот оценить, как оно меняется – достаточно сложно: после почти мгновенного сгорания пороха новая энергия газам не поступает, а потери энергии на трение, нагрев ствола, ударную волну могут быть весьма значительными и трудно оцениваемыми.

**2.1.** Понятно, что для оценки сил, действующих на рычаг, нужно использовать условия его равновесия: сумма сил и сумма моментов сил, действующих на рычаг равно нулю. Естественно, условие моментов относительно шарнира  $B$  здесь является более удобным, поскольку позволяет исключить из него неизвестную силу реакции шар-



мира. Итак, условие равновесия рычага (уравнение моментов относительно точки  $B$ ; см. рисунок) дает

$$F_1 \cdot BC \cos(30^\circ) = F_2 \cdot AB.$$

Отсюда находим

$$F_2 = \frac{F_1 BC \cos(30^\circ)}{AB} = 5,2 \text{ Н.}$$

**2.2.** Ясно, что для определения газа нужно найти его молярную массу. А ее можно найти из газовых законов, считая, что в момент разрыва баллона давление в нем достигает некоторого критического значения. Итак, из закона Клапейрона–Менделеева находим предельное давление, которое выдерживает баллон

$$p_0 = \frac{mRT}{\mu_{\text{O}_2} V},$$

где  $T = 727 + 273 = 1000 \text{ К}$  – начальная абсолютная температура газа в баллоне. Закон Дальтона для смеси газов во втором баллоне в момент его разрыва дает

$$p_0 = \left( \frac{m/2}{\mu_{\text{O}_2}} + \frac{m/4}{\mu_x} \right) \frac{RT_1}{V},$$

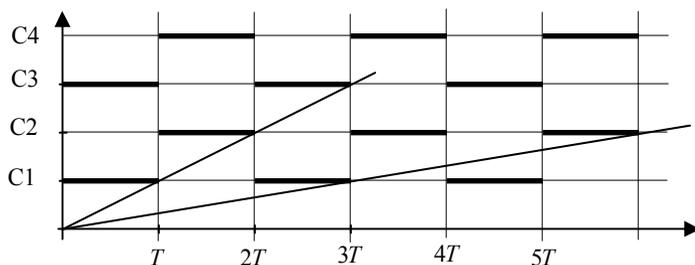
где  $T_1 = 127 + 273 = 400 \text{ К}$  – абсолютная температура смеси газов в момент разрыва баллона;  $\mu_x$  – молярная масса неизвестного газа. Приравнявая эти две формулы, получим

$$\mu_x = \frac{\mu_{\text{O}_2}}{2} \frac{T_1}{2T - T_1} = 4 \text{ г/моль.}$$

Таким образом, неизвестный газ – это гелий.

**2.3.** С задачами такого рода приходится сталкиваться, когда формируют дорожное движение по типу «зеленый коридор», т.е. когда определяют длительности работы светофоров чтобы машины проезжали улицу без остановки на светофорах. Конечно, можно написать соответствующие соотношения «расстояние-время-скорость» для движения машин, но удобнее решать задачу графически.

Для этого возьмем координатную плоскость, на которой будем строить зависимость координаты машины от времени и на которой покажем области светофоров и интервалы времени, когда светофоры «закрыты». Эта плоскость показана на рисунке. Поскольку машина едет с постоянной скоростью, то зависимость ее координаты от времени будет изображаться прямой линией с тем большим наклоном, чем больше скорость машины.



Отложим на ней координаты светофоров – C1, C2, C3 и т.д. Очевидно, что если светофор горит красным светом в течение какого-то интервала времени, то прямая, которой изображается зависимость скорости машины от времени, не может пересечь координату светофора в течение этого интервала времени. Поэтому покажем на графике жирными отрезками интервалы, в течение которых «закрыты» светофоры. Тогда зависимость скорости машины от времени должна быть такой прямой, которая нигде не пересекает эти отрезки. Посмотрим, как можно провести такие прямые. Ясно, что прямая, пересекающая область первого светофора в тот момент, когда на нем зажжется первый (после начала движения машины) зеленый после первого красного света не будет пересекать никакой жирный отрезок. Поэтому если

$$T_1 = \frac{l}{v},$$

то машина будет двигаться без остановки на всех светофорах. Ясно также, что любая другая наклонная прямая, пересекающая область первого светофора от момента времени  $T$  до момента  $2T$  обязательно пересечет какой-нибудь жирный отрезок.

Аналогично прямая, пересекающая область первого светофора в момент  $3T$  также не пересечет никакой жирный отрезок. Это оп-

ределяет второе значение периода работы светофоров, при котором машина может двигаться со скоростью  $v$  нигде не останавливаясь

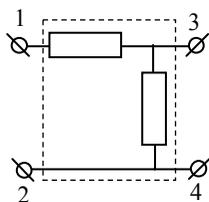
$$T_2 = \frac{l}{3v}$$

и т.д. Поэтому машина будет двигаться без остановки, если

$$T = \frac{l}{v}; \quad \frac{l}{3v}; \quad \frac{l}{5v}; \quad \frac{l}{7v} \quad \text{и т.д.}$$

Отметим, что если бы число светофоров было конечно, то вместо каждого из приведенных чисел существовал бы некоторый интервал значений периода работы светофоров.

Предлагаем читателю рассмотреть такой случай самостоятельно, при этом, конечно, проще всего использовать изложенную выше идею графического решения задачи, которое позволяет «увидеть» все возможные решения.



**2.4.** Существуют многообразные задачи с «черными ящиками», которые представляют собой «обратные» задачи электротехники и всегда ставятся следующим образом. Пусть имеется некоторая неизвестная электрическая цепь – «черный ящик», для которой известны некоторые параметры – токи или напряжения

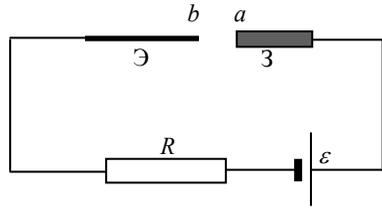
при том или ином подключении. Нужно построить простейший вариант такой цепи (кстати, такие задачи часто допускают несколько решений; естественно любое из них будет правильным).

Очевидно, что внутри нашего черного ящика последовательно соединены два одинаковых сопротивления. Выводы 1–2 подсоединены к обоим, выводы 3–4 – только к одному из них. Действительно, если приложить напряжение  $U$  к левым выводам ящика 1–2, ток потечет через оба сопротивления, и напряжение на каждом из них будет равно  $U/2$ . Если приложить напряжение к правым выводам 3–4, ток пойдет только через одно сопротивление, потенциалы точек 1 и 3 будут одинаковы, поэтому напряжение на выводах 1–2 будет равно  $U/2$ .

**2.5.** Для устойчивого горения электрической дуги необходимо последовательно с контактами, на которых возникает дуга, вклю-

чать балластный резистор<sup>1</sup>. Давайте, определим максимальную величину резистора, при котором будет гореть дуга.

Дуга будет гореть для данного балластного сопротивления, если при некотором значении напряжения на дуге ток в цепи будет равен тому значению, которое определяется вольтамперной характеристикой дуги.



Поскольку сумма падений напряжения на элементах замкнутого контура равна ЭДС в этом контуре, то дуга будет гореть, если существует такое значение тока, при котором выполнено условие

$$\varepsilon = IR + U_{a-b} = IR + A + \frac{B}{I}$$

или  $I^2R + (A - \varepsilon)I + B = 0$ . Решая квадратное уравнение, получим

$$I_{1,2} = \frac{\varepsilon - A \pm \sqrt{(\varepsilon - A)^2 - 4BR}}{2R}.$$

Корни существуют, если дискриминант положителен  $(\varepsilon - A)^2 > 4BR$ . Отсюда находим максимальное сопротивление балластного резистора, при котором будет гореть дуга

$$R_{\max} = \frac{(\varepsilon - A)^2}{4B} = 5 \text{ Ом.}$$

Если  $R = R_{\max} / 2$ , то ток в дуге определяется уравнением

$$I^2 \frac{(\varepsilon - A)^2}{8B} + (A - \varepsilon)I + B = 0.$$

Решая квадратное уравнение, получаем

$$I_{1,2} = \frac{4B(\sqrt{2} \pm 1)}{(\varepsilon - A)\sqrt{2}}.$$

---

<sup>1</sup> Балластные резисторы всегда используются, если у одного из элементов цепи спадающая вольтамперная характеристика.

Устойчивому горению дуги отвечает корень со знаком «+». Это связано с тем, что при зажигании дуги в промежутке между электродом и заготовкой находится немного свободных электронов, вылетевших из электрода при его нагревании благодаря замыканию цепи (чтобы зажечь дугу электродом, касаются заготовки, вызывая появление тока и нагревание электрода). После этого возникает множественная ионизация молекул воздуха свободными электронами (благодаря чему дуга и светится) и соответственно резкое падение сопротивления разрядного промежутка. Поэтому в результате увеличивается ток и уменьшается напряжение на дуге – устойчивым оказывается корень, отвечающий большему току

$$I = \frac{4B(\sqrt{2} + 1)}{(\varepsilon - A)\sqrt{2}} = 10,3 \text{ А.}$$

**2.6.** Силой, тормозящей движение парашюта, является сила сопротивления воздуха. Оценим ее зависимость от скорости падения парашютиста и найдем эту скорость для реальных парашютов, считая, что парашютист движется с постоянной (установившейся) скоростью, когда сила сопротивления воздуха равна силе тяжести.

Пусть установившаяся скорость падения парашютиста  $v$ , радиус парашюта  $r$  (а его площадь  $S = \pi r^2$ ). Тогда при движении парашютист за малое время  $\Delta t$  разгоняет до своей скорости массу воздуха, равную

$$\Delta m = \rho v \Delta t S$$

( $\rho$  – плотность воздуха), сообщая, следовательно, ей импульс

$$\Delta p = \Delta m v = \rho v^2 \Delta t S .$$

Поэтому парашют действует на воздух с силой

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho v^2 S .$$

При установившейся скорости эта сила равна силе тяжести парашютиста  $mg$ . Поэтому

$$v = \sqrt{\frac{mg}{\pi \rho r^2}} \sim 5 \text{ м/с}$$

для значений  $m = 10^2$  кг,  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>,  $\rho = 1$  кг/м<sup>3</sup> и  $r = 3$  м. Такая скорость падения достигается при падении с высоты 1–1,5 м и, конечно, является безопасной для человека.

**3.1.** С ситуациями, когда нужно учитывать теплопотери, мы сталкиваемся регулярно. Например, в этой задаче, нагреватель утюга работает, выделяет внутри него тепло, а температура утюга не растет. Как такое возможно? Ясно, что в такой ситуации теплопотери являются существенными, и количество потерянной энергии равно количеству теплоты, выделяемой нагревателем (поскольку температура утюга в среднем не меняется).

Теплопотери (точнее теплопередача от горячего тела к холодному) описываются законом Фурье, который утверждает, что передача тепла между телами пропорциональна разности температур этих тел, причем коэффициент пропорциональности «знает» и о геометрии тел, и об их материалах, об окружении и т.д. Вычислить его можно только в самых простейших случаях; поэтому, как правило, его приходится находить из одних данных, а потом использовать для других. Реализуем эту программу для данной задачи.

Пусть мощность нагревателя утюга  $P$ . Тогда, поскольку теплоотдача пропорциональна разности температур, для положения регулятора «капрон» справедливо следующее соотношение энергетического баланса:

$$P \cdot 10 \text{ с} = k(100 - 20 \text{ }^\circ\text{C})50 \text{ с} = k4000 \text{ град} \cdot \text{с} ,$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности между мощностью теплопотерь и разностью температур утюга и окружающей среды. Отсюда находим

$$\frac{P}{k} = 400 \text{ град} . \quad (1)$$

Для положения «хлопок» уравнение теплового баланса имеет вид

$$P \cdot 20 \text{ с} = k(t \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C}) 50 \text{ с} ,$$

где  $k$  – тот же самый коэффициент пропорциональности;  $t$  – искомая температура утюга. Подставляя сюда соотношение мощности нагревателя и теплопотерь (1), получим

$$t = 180 \text{ }^\circ\text{C} .$$

**3.2.** Во всех технических приложениях термодинамики нужно знать ряд параметров, характеризующие те или иные тела, газы, жидкости. Важнейшим из таких параметров является теплоемкость. Кроме того, отношение теплоемкости газа в процессе при постоянном давлении к теплоемкости газа при постоянном объеме является величиной наблюдаемой и определяет уравнение адиабатного процесса. Поэтому существуют методы измерения этого отношения, причем самые разные. Рассмотрим один из них.

Из закона Клапейрона–Менделеева имеем для процессов при постоянном давлении

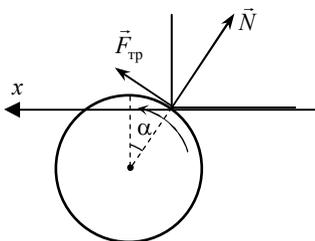
$$Q = c_p \Delta T = c_p \frac{p_0 \Delta V}{\nu R} = c_p \frac{p_0 V_0}{\nu R} \quad (1)$$

и при постоянном объеме

$$Q = c_V \Delta T = \frac{c_V \Delta p V_0}{\nu R} = \frac{c_V (p_1 - p_0) V_0}{\nu R} . \quad (2)$$

Деля формулы (1) и (2) друг на друга, получим

$$\frac{c_p}{c_V} = \frac{(p_1 - p_0)}{p_0} .$$



**3.3.** Прокатный стан представляет собой определенный комплекс механизмов, в котором разогретая металлическая заготовка протягивается между двумя вращающимися валами (валками стана), расстояние между которыми меньше толщины заготовки, и благодаря пластической деформации металла становится тоньше. Меняя расстояние между валками, и несколько раз протягивая между ними заготовку, можно раскатать ее до любой толщины; используя валки определенной формы, можно придать заготовке определенный профиль.

Исследуем вопрос о том, под действием каких сил заготовка загибается между валками (при том, что расстояния между валками стана меньше толщины заготовки). В момент касания валков на заготовку действуют: силы нормальной реакции и силы трения со

стороны валков (силой тяжести, действующей на заготовку, пренебрегаем по сравнению с этими силами). Причем благодаря вращению валков сила трения будет «затягивать» заготовку в пространство между валками, сила реакции – отталкивать от валков. Поэтому очевидно (см. также рисунок), что заготовка будет протягиваться между валками, если проекция действующей на нее силы трения на ось  $x$  будет больше проекции на эту ось силы реакции

$$F_{\text{тр}} \cos \alpha \geq N \sin \alpha$$

или

$$\mu \geq \operatorname{tg} \alpha$$

(где  $\alpha$  – угол между направлениями на точку касания валка и заготовки и на центр второго валка). Очевидно,

$$\frac{d - d_0}{2} = R(1 - \cos \alpha).$$

Выражая косинус через тангенс

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}},$$

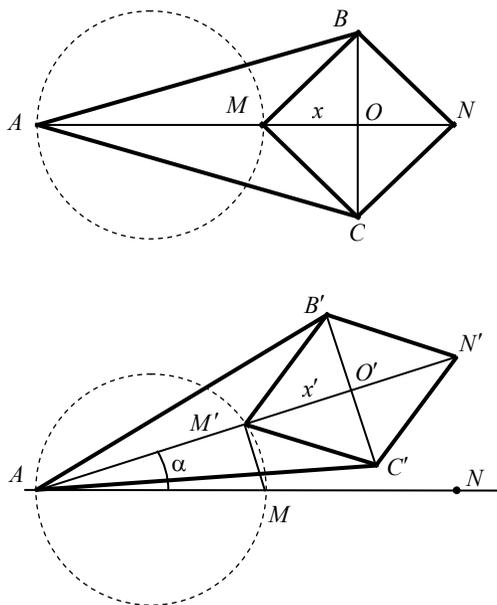
найдем значения коэффициента трения, при котором заготовка втягивается в пространство между валками

$$\mu \geq \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{d - d_0}{2R}\right)^2} - 1}.$$

При втягивании заготовки, она начинает деформироваться валками, это приводит к росту силы реакции, но одновременно растет и сила трения, поэтому заготовка будет продолжать втягиваться.

**3.4.** Представим себе, что у нас есть двигатель, неважно какой – электрический, тепловой, или какой-то другой – который дает вращение некоторому валу (оси вращения). А нужно нам обеспечить движение какого-то тела вдоль прямой линии сначала в одном, а потом в обратном направлении. Или, другими словами, как преобразовать вращательное движение в возвратно-поступательное. Например, мы хотим сконструировать робота, который бы ходил как человек. Понятно, что в основе его движений будет двигатель,

дающий вращательное движение, но ноги робота должны двигаться вперед-назад. Такого рода вопросы, связанные с преобразованием одного вида движения в другое, активно обсуждались математиками конца 19 века в связи с активным развитием двигателестроения, первыми автомобилями и т.д. Рассмотренный в задаче шарнирный механизм был предложен учеником выдающегося русского математика П.Л. Чебышева Л. Липкиным и французом Ш. Посселье и называется сейчас механизм Липкина–Посселье (или прямолю Липкина). Этот механизм позволяет преобразовать вращательное движение в движение по прямой, причем точное и без использования каких-либо направляющих (как в кривошипно-шатунном механизме). Механизм Липкина–Посселье сыграл важную роль в исследовании свойств шарнирных передач, однако в технике особых применений не нашел, поскольку ко времени его открытия были созданы хорошие смазочные материалы, позволяющие делать такое преобразование движения с использованием направляющих (как в кривошипно-шатунном или кривошипно-ползунном механизме).



Докажем, что при вращении механизма  $ABCMN$  вокруг точки  $A$  (при условии, что точка  $M$  движется по окружности) точка механизма  $N$  движется точно по прямой. Пусть радиус окружности, по которой движется точка  $M$ , равен  $R$ ,  $AB = AC = L$ ,  $MB = MC = l$  (см. рисунок). Найдем расстояние  $AN$ . Если  $MO = x$ , то

$$L^2 - (2R + x)^2 = l^2 - x^2.$$

Отсюда находим

$$x = \frac{L^2 - l^2}{4R} - R.$$

Поэтому

$$AN = 2R + 2x = \frac{L^2 - l^2}{4R}. \quad (1)$$

Повернем теперь всю конструкцию на некоторый угол  $\alpha$  вокруг точки  $A$  (но так, что точка  $M$  движется по пунктирной окружности; см. рисунок). Найдем новое положение точки  $N$  (на рисунке оно обозначено как  $N'$ ). Если  $M'O' = x'$ , то

$$L^2 - (AM' + x')^2 = l^2 - x'^2.$$

Отсюда находим

$$x' = \frac{L^2 - l^2}{2AM'} - \frac{AM'}{2},$$

а затем и  $AN'$

$$AN' = AM' + 2x' = \frac{L^2 - l^2}{2AM'}.$$

Но поскольку угол  $AM'M$  – прямой (опирается на диаметр  $AM$  пунктирной окружности), то  $AM' = 2R \cos \alpha$ , и, следовательно,

$$AN' = \frac{L^2 - l^2}{4R \cos \alpha}.$$

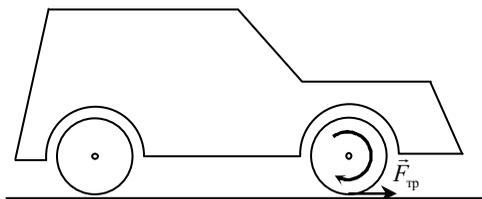
Поэтому точка  $N'$  шарнирного механизма будет проецироваться в такую точку на прямой  $AN$ , которая лежит на расстоянии

$$AN' \cos \alpha = \frac{L^2 - l^2}{4R} \quad (2)$$

от точки  $A$ , т.е. в точку  $N$ , как это следует из сравнения (1) и (2). Таким образом, точка  $N'$  будет проецироваться в точку  $N$  при повороте шарнирного механизма на любой угол. Это значит, что эта точка будет двигаться по прямой, перпендикулярной отрезку  $AN$  и проходящей через точку  $N$ . Другими словами, при вращении всей конструкции вокруг точки  $A$  ее точка  $N$  движется по прямой.

**3.5.** Обсудим сначала вопрос о роли силы трения в движении машины. Представим себе, что водитель машины, стоящей на гладком-гладком льду (сила трения между колесами и льдом отсутствует), нажимает на педаль газа. Что будет происходить? Ясно, что машина ехать не будет: колеса будут вращаться, но будут пробуксовывать относительно льда – ведь трения-то нет. Причем это будет происходить независимо от мощности двигателя. А это значит, что для того, чтобы мощность двигателя использовать, нужно трение – без него машина не поедет.

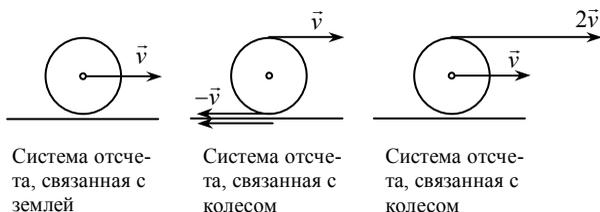
Что же происходит, когда сила трения есть. Пусть сначала она очень маленькая, а водитель стоящей машины снова нажимает на педаль газа? Колеса (речь сейчас идет о ведущих колесах автомобиля, допустим это передние колеса) проскальзывают относительно поверхности (трение – маленькое), вращаясь так, как показано на рисунке, но при этом возникает сила трения, действующая со стороны дороги на колеса, направленная вперед по ходу движения машины. Она и толкает машину вперед.



Если сила трения большая, то при плавном нажатии на педаль газа колеса начинают вращаться, и как бы отталкиваются от шероховатостей дороги, используя силу трения, которая направлена вперед. При этом колеса не проскальзывают, а катятся по дороге, так, что нижняя точка колеса не перемещается относительно полотна. Иногда и при большом трении колеса пробуксовывают. Наверняка, вы сталкивались с ситуацией, когда какой-нибудь «сума-

сшедший водитель» так трогается при включении зеленого сигнала светофора, что колеса «визжат», а на дороге остается черный след из-за скольжения резины по асфальту. Итак, в экстренной ситуации (при резком торможении или трогании с побуксовкой) колеса скользят относительно дороги, в обычных случаях (когда на дороге не остается черного следа от стирающихся покрышек) колесо не скользит, а только катится по дороге.

Итак, если машина едет равномерно, то колеса не скользят по дороге, а катятся по ней так, что нижняя точка колеса покоится (а не проскальзывает) относительно дороги. Как в этом случае направлена сила трения? Сказать, что противоположно скорости машины – неверно, ведь говоря так про силу трения, подразумевают случай скольжения тела относительно поверхности, а сейчас у нас скольжения колес относительно дороги нет. Сила трения в этом случае может быть направлена как угодно, и мы сами определяем ее направление. И вот как это происходит.



Представим себе, что нет никаких препятствующих движению машины факторов. Тогда машина движется по инерции, колеса вращаются по инерции, причем угловая скорость вращения колес связана со скоростью движения машины. Установим эту связь. Пусть колесо движется со скоростью  $v$  и вращается так, что нижняя точка колеса не проскальзывает относительно дороги. Перейдем в систему отсчета, связанную с центром колеса. В ней колесо как целое не движется, а только вращается, а земля движется назад со скоростью  $v$ . Но поскольку колесо не проскальзывает относительно земли, то его нижняя точка имеет такую же скорость как земля. А значит, и все точки поверхности колеса вращаются относительно центра со скоростью  $v$  и, следовательно, имеют угловую скорость  $\omega = v/R$ , где  $R$  – радиус колеса. Переходя теперь назад в

систему отсчета, связанную с землей, заключаем, что при отсутствии проскальзывания между нижней точкой колеса и дорогой угловая скорость колеса  $\omega = v/R$ , а все точки поверхности имеют разные скорости относительно земли: например, нижняя точка – нулевую, верхняя  $2v$  и т.д.

А пусть водитель при таком движении машины нажимает на педаль газа. Он заставляет колесо вращаться быстрее, чем нужно при данной скорости машины. Колесо стремится проскользнуть назад, возникает сила трения, направленная вперед, которая и разгоняет машину (машина как бы отталкивается от шероховатостей дороги, используя силу трения). Если водитель нажимает на педаль тормоза, колесо стремится вращаться медленнее, чем нужно при данной скорости машины. Возникает сила трения, направленная назад, которая тормозит машину. Если водитель поворачивает колеса машины, возникает сила трения, направленная в сторону поворота, которая машину поворачивает. Таким образом, управление машиной – разгоном, торможением, поворотом – основано на правильном использовании силы трения, причем, конечно, подавляющее большинство водителей об этом даже не догадываются.

Ответим теперь на вопрос: равна ли эта сила своему максимальному значению? Вообще говоря, нет, поскольку нет скольжения колеса относительно дороги, а сила трения равна максимальному значению при скольжении. В покое сила трения может принимать любые значения от нуля до максимального  $\mu N$ , где  $\mu$  – коэффициент трения;  $N$  – сила реакции опоры. Поэтому если мы разгоняемся (сила трения направлена вперед), но хотим увеличить темп разгона, мы сильнее нажимаем на педаль газа, и увеличиваем силу трения. Аналогично, если мы тормозим (сила трения направлена назад), но хотим увеличить степень торможения, мы сильнее нажимаем на тормоз и увеличиваем силу трения. Но ясно, что ее можно увеличить и в том и в другом случае, если она не была максимальной! Таким образом, для управления машиной сила трения не должна равняться максимальному значению, и эту разность мы используем для совершения тех или иных маневров. И любой водитель (даже если он ничего не знает про силу трения, а таких, конечно, подавляющее большинство) интуитивно чувствует, есть ли у него резерв силы трения, «далеко» ли машина от пробуксовки, и есть ли возможность ей управлять.

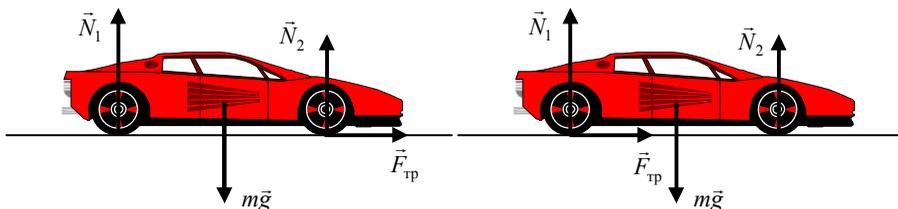
Тем не менее, есть одна ситуация, когда сила трения равна своему максимальному значению. Эта ситуация называется заносом. Пусть водитель резко затормозил на скользкой дороге. Машина начинает скользить по дороге, это состояние движения и называется заносом. В этом случае сила трения направлена противоположно скорости (назад) и равна своему максимальному значению. Это ситуация очень опасна, ведь машина АБСОЛЮТНО неуправляема. Мы не можем повернуть (хоть как-то, хоть чуть-чуть), ведь для поворота нам нужна сила трения, направленная в сторону поворота, а в нашем распоряжении ее нет – сила трения максимальна и направлена назад. Мы не можем увеличить скорость торможения (невозможно увеличить силу трения – она и так максимальна), не можем (даже если бы мы захотели этого в такой ситуации) ускориться. Мы не можем ничего! Ситуация осложняется еще и тем, что в состоянии заноса машину никто не «держит» на дороге. Почему машина в обычных условиях не съезжает в кювет, ведь полотно дороги всегда делается покатым к обочинам, чтобы стекала вода? Ее держит сила трения, а вот если машина скользит (занос) сила трения направлена противоположно скорости и никак иначе. Поэтому любое «боковое» возмущение – покатость дороги, небольшой камень под одним из колес – могут развернуть или сбросить машину на обочину. Никогда не допускайте заноса<sup>1</sup>.

Теперь сравним мощность, которую могут развивать на дороге передне- и заднеприводной автомобили с одинаковым мотором. Очевидно, что мощность, которую может развивать автомобиль на дороге, зависит не только от его двигателя, но и от того, как автомобиль «использует» силу трения. Действительно, в отсутствие

---

<sup>1</sup> Для обеспечения устойчивости машины относительно боковых возмущений и более эффективного торможения используется антиблокировочная система тормозов, которая при скольжении машины на небольшие промежутки отключает тормоза. Колеса начинают вращаться, сила трения падает, есть возможность удержать машину на дороге и совершать маневры. Работу антиблокировочной системы тормозов можно увидеть по тормозному следу машины, оснащенной такой системой. Тормозной путь такой машины является прерывистым. Кстати, измерив длину темных и светлых участков этого пути можно оценить время включения-выключения тормоза антиблокировочной системой. Многие современные машины оснащают также системой курсовой устойчивости, задача которой не допустить заноса, а не выйти из него с минимальными потерями (что обеспечивается антиблокировочной системой).

силы трения автомобиль стоял бы на месте (с вращающимися колесами) независимо от мощности двигателя (вращающего эти колеса). Докажем, что заднеприводные автомобили мощнее переднеприводных при одинаковой мощности мотора и оценим отношение мощностей, которые может развивать двигатель, разгоняя машину на дороге (при условии, что мощность самого двигателя может быть очень большой).



Разгоняет автомобиль сила трения, действующая на ведущие колеса, а она не может превышать значения  $\mu N$  ( $N$  – сила реакции). Поэтому чем больше сила реакции, тем больших значений может достигнуть разгоняющая сила трения (а нажатие на педаль газа в ситуации, когда сила трения достигла максимума, приведет только к проскальзыванию и к заносу, но не к увеличению мощности, которую развивает двигатель). Найдем силы реакции для задних и передних колес машины. Силы, действующие на машину при разгоне, показаны на рисунках (на правом – для заднеприводной, на левом – для переднеприводной). На машину действуют: сила тяжести, силы реакции и сила трения. Поскольку машина движется поступательно, сумма моментов всех сил относительно ее центра тяжести равна нулю<sup>1</sup>. Поэтому, если центр тяжести машины находится точно посередине машины, расстояние между задними и передними колесами  $l$ , а высота центра тяжести над дорогой  $h$ , условие равенства нулю суммы моментов относительно центра тяжести да-

<sup>1</sup> Это утверждение несколько выходит за рамки школьного курса физики, в котором динамика рассматривается только для точечных тел. Но рассматриваемый вывод от участников и не требовался, достаточно было привести качественные соображения, основанные, в том числе, и на данных собственных наблюдений – при разгоне автомобили «приседают» на задние колеса, при торможении – на передние.

ет (при условии, что машина движется, развивая максимальную мощность на максимуме силы трения):

переднеприводная машина

$$N_1 \frac{l}{2} = N_2 \frac{l}{2} + F_{\text{тр}} h = N_2 \frac{l}{2} + \mu N_2 h, \quad (1)$$

заднеприводная машина

$$N_1 \frac{l}{2} = N_2 \frac{l}{2} + F_{\text{тр}} h = N_2 \frac{l}{2} + \mu N_1 h, \quad (2)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения. Учитывая, что и в том и в другом случае  $N_1 + N_2 = mg$ , из (1) найдем силу реакции для передних колес в случае переднеприводного автомобиля

$$N_2^{(\text{пп})} = \frac{mgl/2}{l + \mu h} \quad (3)$$

и из (2) силу реакции задних колес в случае заднего привода

$$N_1^{(\text{зп})} = \frac{mgl/2}{l - \mu h} \quad (4)$$

(здесь (пп) и (зп) – передний и задний привод). Отсюда находим отношение сил трения, разгоняющих передне- и заднеприводную машину, и, следовательно, отношение мощностей, которые может развивать на дороге их двигатель

$$\frac{P^{(\text{пп})}}{P^{(\text{зп})}} = \frac{l - \mu h}{l + \mu h}. \quad (5)$$

Для значений  $l = 3$  м,  $h = 0,5$  м и  $\mu = 0,5$  имеем из (5)

$$\frac{P^{(\text{пп})}}{P^{(\text{зп})}} = 0,85.$$

**3.6.** Если спутник движется с выключенным двигателем по круговой орбите, то скорость спутника не меняется, поскольку единственная сила, действующая на спутник, – сила гравитации – в рассматриваемом случае перпендикулярна скорости и может только менять направление вектора скорости, но не его величину. Так как гравитационная сила в этом случае играет роль центростремитель-

ной силы, для величины силы справедливо следующее соотношение

$$F = \frac{mv^2}{R}, \quad (*)$$

где  $v$  – скорость тела;  $R$  – радиус орбиты. При выполнении этого соотношения гравитационная сила так изменяет направление скорости, что обеспечивает движение тела по окружности. Если увеличить скорость тела по сравнению с (\*) при сохранении радиуса орбиты, то гравитационная сила остается такой же, но тело движется быстрее, и сила не успевает повернуть нужным образом тело, сходящее с круговой орбиты на внешнюю орбиту, которая будет не круговой. При уменьшении скорости тело перейдет на внутреннюю орбиту, которая также будет не круговой. Таким образом, условие (\*) или

$$G \frac{mM}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (**)$$

(где  $M$  – масса Земли;  $m$  – масса спутника;  $G$  – гравитационная постоянная) есть условие движения с постоянной скоростью по круговой орбите радиусом  $R$ . Скорость (\*\*) называется первой космической скоростью.

Рассмотрим теперь случай, когда скорость спутника уменьшили на небольшую величину по сравнению с первой космической. Когда скорость спутника становится меньше первой космической, спутник начинает совершать два движения: по радиусу к центру Земли с ускорением

$$a = \frac{GM}{R^2} - \frac{(0,99v)^2}{R} \approx 2 \cdot 10^{-2} \frac{GM}{R^2} = 2 \cdot 10^{-2} g,$$

которое практически постоянно из-за небольшого изменения радиуса орбиты, и по касательной к радиусу (орбитальное) практически с той же – первой космической – скоростью (здесь  $g$  – ускорение свободного падения). Поэтому время падения спутника можно оценить как (конечно, при условии отсутствия силы сопротивления воздуха, которая очень сильно изменит движение по сравнению с рассмотренным здесь):

$$t = \sqrt{\frac{2h}{2 \cdot 10^{-2} g}} = 10^3 \text{ с.}$$

Для оценки пройденного спутником расстояния нужно его орбитальную скорость (первую космическую) умножить на время падения. Получим

$$S = vt = 8 \text{ км/с} \cdot 10^3 \text{ с} \sim 8000 \text{ км.}$$

Поскольку окружность Земли составляет около 40000 км, то спутник пролетит приблизительно пятую часть окружности.

Отметим, что эта оценка справедлива только при небольших высотах спутника над поверхностью Земли (когда пройденное спутником расстояние составляет меньше полного оборота). Действительно, если радиус орбиты спутника меняется значительно, проекция его скорости на направление, перпендикулярное радиусу, будет сильно отличаться от первой космической скорости, орбита спутника будет «вытягиваться», и проведенное рассмотрение станет неверным. В нашем примере это условие выполняется, поскольку изменение радиуса орбиты – 100 км много меньше самого радиуса – 6400 км.

**4.1.** Математический анализ дорожного движения, и в частности, динамики автомобильных пробок позволяет организовать движение так, чтобы эти самые пробки минимизировать. Рассмотрим вопрос о влиянии светофора на пробку в связи с неодновременным троганием машин с места.

Очевидно, что отличие скорости перемещения машин в «пробке» от  $u/2$  («пополам», поскольку половину времени светофор закрыт) связано с тем, что машины трогаются не одновременно. Каждая машина начинает движение после того, как машина впереди уже поехала, т.е. с некоторой задержкой по времени по сравнению с предыдущей машиной. Это время задержки связано со многими причинами: реакция водителя, время включения коробки переключения передач, время разгона и т.д. Конечно, для каждого водителя и для каждой машины эта величина индивидуальная, но для расчета средней скорости перемещения машин через перекресток можно взять среднее значение этой величины и считать, что после того как включается зеленый сигнал светофора по «пробке» с определенной скоростью идет «волна трогания» машин. Пусть ско-

рость этой волны  $c$  (это значит, что машина, расположенная на расстоянии  $x$  от светофора, тронется через время  $x/c$  после включения зеленого сигнала), время горения зеленого сигнала светофора  $\Delta t$ . Тогда за это время мимо светофора успеет проехать участок «пробки» с такой длиной  $\Delta l$ , что «волна трогания» за время  $\Delta t$  успеет дойти до его конца, а машина, находящаяся в его конце, успеет доехать до светофора

$$\frac{\Delta l}{c} + \frac{\Delta l}{u} = \Delta t,$$

где  $u$  – скорость машины (согласно с условием считаем, что как только машина тронулась, она имеет скорость  $u$ ). Отсюда находим, что средняя скорость машин в «пробке» равна

$$v = \frac{\Delta l}{2\Delta t} = \frac{cu}{2(c+u)}. \quad (*)$$

Из (\*) находим

$$c = \frac{2uv}{u-2v} \quad **$$

Если скорость машин увеличивается вдвое, то средняя скорость машин в «пробке» можно найти по формуле (\*) с заменой  $u \rightarrow 2u$

$$v' = \frac{2cu}{2(c+2u)}. \quad (***)$$

Подставляя в формулу (\*\*\*) скорость «волны трогания» (\*\*), получим

$$v' = \frac{uv}{u-v} = 1,2 \text{ м/с.}$$

Это значит, что увеличение скорости машин в 2 раза увеличивает пропускную способность перекрестка всего на 20 %.

**4.2.** Пусть мощность нагревателя равна  $P$ . В установившемся режиме все тепло, выделенное нагревателем, должно уходить через

---

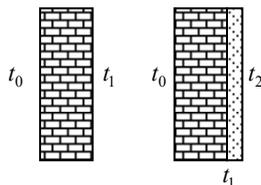
<sup>1</sup> Здесь содержится очевидный частный случай – если  $c = \infty$  (машины трогаются одновременно),  $v = u/2$  из-за того, что машины едут половину времени – время горения зеленого сигнала равно времени горения красного.

стены (если бы уходило меньше, дом нагревался, если больше – охлаждался). Поэтому

$$P = \frac{\lambda(t_1 - t_0)S}{\Delta l},$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности кирпича;  $\Delta l$  – толщина кирпичной стены;  $S$  – площадь стен.

После установки теплоизолирующего материала внутри дома поток тепла через стены останется неизменным (внутри дома работает тот же нагреватель); не изменилась и температура на улице. Поэтому температура внутренней поверхности кирпичной стены не изменилась. Пусть температура в доме после установки теплоизолирующего материала стала равна  $t_2$ . Тогда поток тепла через теплоизолирующий материал, с одной стороны, определяется законом Фурье



$$\frac{(\lambda/10)(t_2 - t_1)S}{(\Delta l/15)}.$$

С другой стороны, этот поток равен потоку через кирпичную стену. Поэтому

$$\frac{\lambda(t_1 - t_0)S}{\Delta l} = \frac{(\lambda/10)(t_2 - t_1)S}{(\Delta l/15)}.$$

Отсюда

$$t_2 = t_1 + \frac{2}{3}(t_1 - t_0) = 15 \text{ }^\circ\text{C},$$

где располагать теплоизолятор – внутри или снаружи – с точки зрения теплоизоляции совершенно не важно, если пренебречь изменением площади теплопередающей поверхности теплоизолятора. Температура в доме будет такой же. Действительно, в установившемся режиме поток тепла, который определяется разностью температур двух поверхностей стены и теплоизоляции и площадями их поверхностей, равен мощности внутреннего источника тепла. Поэтому разности температур двух поверхностей стены и теплоизоляции не зависят от расположения теплоизоляции – внутри или

снаружи дома. Поэтому и разность температур – «улица-дом» не зависит от порядка расположения теплоизолятора.

**4.3.** Из условия моментов относительно шарнира, находим

$$mg \frac{l}{2} = Th,$$

где  $T$  – сила натяжения троса. Отсюда находим

$$T = \frac{mgl}{2h} = 4mg.$$

Сила, действующая на балку со стороны шарнира, должна компенсировать равнодействующую сил тяжести  $mg$  и силы  $T = 4mg$ . Поэтому суммарная сила, действующая на балку со стороны шарнира (и на шарнир со стороны балки), равна

$$N = \sqrt{17}mg.$$

**4.4.** Определим сначала, на каком участке вольтамперной характеристики работает трубка. Если бы она содержала только линейный участок (без насыщения), то трубка обладала бы сопротивлением, которое можно найти из графика,

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1 \text{ кВ}}{10 \text{ мкА}} = 10^8 \text{ Ом}.$$

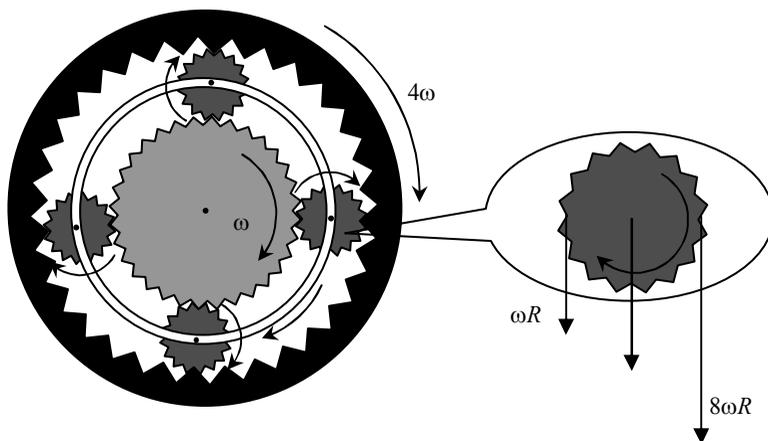
При таком сопротивлении ток в цепи определялся бы законом Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{6 \cdot 10^3 \text{ В}}{4 \cdot 10^8 \text{ Ом}} = 15 \text{ мкА}.$$

Но это значение больше тока насыщения через трубку, поэтому ток в цепи будет равен току насыщения  $I_0 = 10 \text{ мкА}$ . В этом случае напряжение на балластном резисторе будет равно  $I_0 r = 3 \cdot 10^3 \text{ В}$ . Поэтому напряжение на трубке будет равно  $U = \varepsilon - I_0 r = 3 \cdot 10^3 \text{ В}$ . Итак, ток через трубку равен  $I_0 = 10 \text{ мкА}$ , напряжение на трубке –  $U = 3 \cdot 10^3 \text{ В}$ .

**4.5.** Планетарная передача работает таким образом, что вращение с центральной (солнечной) шестерни передается одновременно

водилу и коронной шестерне, причем кинематически распределение вращения между ними не определяется (недостаточно кинематических связей). Это позволяет в зависимости от момента торможения коронной шестерни и водила передавать им разное вращение. Такая передача вращения происходит в дифференциалах автомобилей (особый шарнир, дающий определенную «автономию» колесам автомобиля и передающий мощность правому и левому колесам по-разному в зависимости от условий движения колес) и в автоматических коробках передач.



Рассмотрим работу планетарной передачи. Во-первых, заметим, что поскольку шестерни друг относительно друга не проскальзывают (зубчатое зацепление), линейные скорости точек на поверхностях шестерен совпадают.

Пусть центральная (солнечная) шестерня вращается с угловой скоростью  $\omega$ , а ее радиус  $R$ . Тогда линейная скорость точек на поверхности солнечной шестерни равна  $\omega R$ ; такой же является и линейная скорость точек на поверхности шестерен-спутников, касающихся солнечной. Линейная скорость точек на внешней стороне шестерен-спутников равна линейной скорости точек на внутренней поверхности коронной шестерни, т.е.  $8\omega R$ . Далее, в системе отсчета, связанной с центром шестерни-спутника, ее движение является вращением вокруг центра. Поэтому все точки на поверхности шестерни имеют одинаковые по величине скорости, причем для точек, касающихся солнечной и коронной шестерен эти скоро-

сти противоположно направлены. Пусть эти скорости равны  $v_0$ , а скорость центра шестерни-спутника –  $v_1$ . Тогда по закону сложения скоростей имеем

$$\begin{aligned}\omega R &= v_1 - v_0; \\ 8\omega R &= v_1 + v_0.\end{aligned}\quad (*)$$

Складывая и вычитая эти уравнения, найдем линейную скорость центра спутниковой шестерни и скорость вращения точек ее поверхности в системе отсчета, связанной с ее центром

$$v_1 = 4,5\omega R, \quad v_0 = 3,5\omega R.$$

А поскольку радиус спутниковых шестерен –  $R$ , их центры находятся на расстоянии  $1,5R$  от оси водила, то угловые скорости спутниковых шестерен и водила равны

$$\omega_{\text{спут}} = \frac{3,5\omega R}{(R/2)} = 7\omega, \quad \omega_{\text{вод}} = \frac{4,5\omega R}{1,5R} = 3\omega.$$

Если коронная шестерня заблокирована, то спутниковые шестерни будут вращаться в противоположном направлении (против часовой стрелки), точки этих шестерен, касающиеся центральной и коронной шестерен, имеют скорости  $\omega R$  и  $0$  соответственно, и из системы уравнений, аналогичной (\*)

$$\begin{aligned}\omega R &= v_1 - v_0; \\ 0 &= v_1 + v_0,\end{aligned}$$

находим

$$\omega_{\text{спут}} = -\frac{0,5\omega R}{(R/2)} = -\omega, \quad \omega_{\text{вод}} = \frac{0,5\omega R}{1,5R} = \frac{\omega}{3}$$

(знак минус означает, что шестерни-спутники вращаются в противоположную сторону – против часовой стрелки). Если заблокировано водило, то каждая спутниковая шестерня вращается только вокруг своей оси, и, следовательно, точки на их поверхности имеют линейные скорости, равные  $\omega R$ . Поэтому и внутренние точки коронной шестерни имеют такую же линейную скорость, а поскольку они находятся на расстоянии  $2R$  от ее центра, то коронная шестерня в этом случае вращается в противоположную сторону с угловой скоростью  $\omega/2$ .

Используется планетарная передача так. Пусть необходимо передать мощность от двигателя автомобиля колесам. Причем насаживать колеса на одну и ту же ось (колесная пара) плохо, поскольку в этом случае колеса вращаются одинаково, и, следовательно, при поворотах или одно или оба колеса будут «пробуксовывать» относительно дорожного полотна (что негативно сказывается на управляемости автомобиля и увеличивает износ шин, см. задачу 3.5). Поэтому ось вращения правого и левого колеса нужно «разрывать» и передавать мощность правому и левому колесу порозному. И вот здесь помогает дифференциал – особый шарнир, использующий планетарную передачу<sup>1</sup>, основная идея которого заключается в следующем.

Пусть мощность от двигателя поступает на солнечную шестерню планетарного механизма, правое колесо связано с водилом, левое – с коронной шестерней. Тогда согласно рассмотренной задаче возможны разные режимы вращения колес: можно заблокировать одну из этих осей, вся мощность двигателя будет передаваться второй оси. А если обе оси не заблокированы? Тогда мощность двигателя будет передаваться обоим осям, причем в зависимости от момента сопротивления. Поэтому, как только одно из колес начинает проскальзывать, сила трения достигает максимума, увеличивается момент сопротивления, и дифференциал передает этой оси меньшую мощность, что приводит к уменьшению ее вращения и прекращения пробуксовывания.

В некоторых случаях, однако, дифференциал может «мешать» эффективно управлять машиной. Если, например, одно колесо попадает на лед, а другое находится на асфальте, дифференциал передаст всю мощность двигателя тому колесу, которое находится на льду. Это может привести к снижению управляемости и даже к развороту машины. Многие современные машины оснащены сис-

---

<sup>1</sup> Дифференциал был изобретен французским инженером Онесифором Пеккёром в 1828 году (во времена Сади Карно, который в своей единственной опубликованной работе (1824 год) создал теорию тепловых двигателей и предсказал им огромное будущее, так что Пеккёр «был в тренде»). В этом же году Пеккёр сконструировал первый паровой автомобиль, использующий дифференциал. К сожалению, никаких «материальных» следов этого автомобиля не осталось, сохранились только его описания и макет, созданный уже в наши дни.

темой блокировки дифференциала, которые в ситуациях, когда колеса движутся, очень по-разному его отключают.

**4.6.** При коротком замыкании бытовых электрических сетей (т.е. замыкании полюсов бытовых розеток проводами с малым сопротивлением) в этих проводах будет выделяться очень большое тепло, что может привести к пожару. Поэтому в бытовых сетях необходимо использовать предохранители, которые бы разрывали цепи в случае короткого замыкания.

Одна конструкция предохранителя, использующего биметаллическую пластинку, разбиралась в одной из задач инженерной олимпиады. Здесь рассматривается другая конструкция – плавкий предохранитель (в настоящее время используется очень редко). Плавкий предохранитель содержит проводник с небольшой температурой плавления, как правило, из олова или свинца. При коротком замыкании этот проводник плавится (пока еще не начался пожар), и электрическая цепь разрывается. Оценим температуру плавления предохранителя.

При протекании тока в предохранителе выделяется джоулево тепло, и он нагревается. Одновременно идет процесс теплопотерь, интенсивность которого увеличивается с ростом его температуры. Поэтому при протекании тока у предохранителя устанавливается некоторая температура, которая не возрастает с течением времени и которая, конечно, зависит от протекающего тока. По условию при токе в предохранителе, равном 1 А, он разогревается до температуры плавления. Поскольку потери тепла каким-то телом пропорциональны площади поверхности тела и разности температур тела и окружающей среды, то для тока  $I_0 = 1$  А справедливо следующее уравнение теплового баланса

$$I_0^2 \frac{\rho l}{\pi r^2} = \lambda 2\pi r l (T_{\text{пл}} - T_{\text{окр}}),$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление материала предохранителя;  $l$  и  $r$  – его длина и радиус сечения;  $T_{\text{пл}}$  и  $T_{\text{окр}}$  – температуры предохранителя и окружающей среды;  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности. Отсюда находим

$$\lambda (T_{\text{пл}} - T_{\text{окр}}) = \frac{I_0^2 \rho}{2\pi^2 r^3}. \quad (*)$$

Из формулы (\*) видно, что если увеличить радиус сечения проводника (при том же токе), то из-за большей теплоотдачи (больше площадь поверхности) и уменьшения тепловыделения (меньше сопротивление) его температура станет меньше температуры плавления, и он не расплавится. Поэтому для плавления нужно увеличить ток в предохранителе. Если радиус сечения (или диаметр) увеличивается в 4 раза, знаменатель формулы (\*) – в 64 раза, значит, и числитель нужно увеличить в 64 раза. Таким образом, ток нужно увеличить в  $\sqrt{64} = 8$  раз. Это значит, что такой предохранитель расплавится при токе 8 А. Как видно из (\*), от длины предохранителя его температура не зависит (при условии, что его сопротивление мало по сравнению с другими сопротивлениями цепи и его изменение не меняет ток в цепи).

**5.1.** Несмотря на то, что в течение 20 века англоговорящие страны сделали огромный шаг в направлении метрической системы мер, тем не менее, с целым рядом традиционных для Англии единиц измерений по-прежнему приходится сталкиваться. В частности, для измерения давления в жидкостях и газах, или напряжения в упругих телах ( $F / S$ ), английские инженеры используют round-force per square inch (lbf/in<sup>2</sup> или psi), в то время как весь остальной мир использует паскалы. Найдем связь паскалей и psi. Имеем

$$1 \text{ psi} = \frac{1 \text{ lbf}}{1 \text{ in}^2} = \frac{0,45359 \text{ кг} \cdot 9,8067 \text{ м} / \text{с}^2}{2,54^2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 6895 \text{ Па} .$$

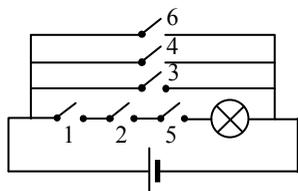
С другой стороны,

$$1 \text{ мм рт. ст.} = \rho gh = 13595 \text{ кг} / \text{м}^3 \cdot 9,8067 \text{ м} / \text{с}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 133,32 \text{ Па} .$$

Отсюда находим, что

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 133,32 \text{ Па} \cdot \frac{1}{6895} \text{ psi} / \text{Па} = 1,9336 \cdot 10^{-2} \text{ psi} \text{ (или lbf/in}^2\text{)}.$$

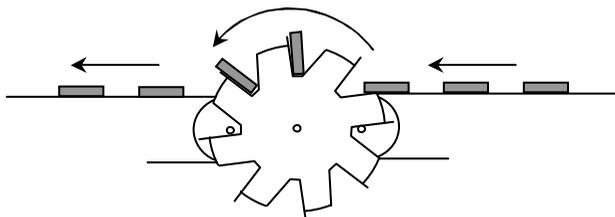
**5.2.** В условии нигде не сказано, что делает нажатие кнопки – замыкает или размыкает цепь. Поэтому считаем, что нажатие первой, второй и пятой кнопки замыкает цепь, нажатие остальных – размыкает. И соединяем кнопки последовательно с лампочкой. Тогда чтобы замкнуть цепь (и зажечь лампочку), нужно нажать первую, вторую и пятую кнопки и не трогать никакие другие.



Можно предложить и «нешуточное» решение задачи, когда все кнопки-выключатели работают одинаково. Один из возможных вариантов цепи приведен на рисунке. Здесь первая, вторая и пятая кнопка – выключатели соединены последовательно с лампочкой, остальные кнопки – параллельно. Если первая, вторая и пятая кнопка замкнуты, а остальные разомкнуты, лампочка горит. Если замкнуть любую из остальных кнопок (при условии, что сопротивление проводов – нулевое), напряжение на лампе становится равным нулю, даже если первая, вторая и пятая кнопки замкнуты. И лампа не горит.

Отметим в заключение, что осуществлять такое соединение выключателей (параллельно источнику) можно только в случае, если у источника есть внутреннее сопротивление. Для бытовых электрических сетей (у них внутреннее сопротивление равно нулю) замыкание полюсов розетки проводами без сопротивления приведет к короткому замыканию, поэтому так подключать выключатели к розеткам нельзя.

**5.3.** Между двумя транспортерами нужно расположить два диска с прорезями, диаметр которых больше расстояния между транспортерами, и которые надеты на одну ось, длина которой чуть больше ширины транспортеров. Тогда транспортеры не будут мешать дискам вращаться, а поскольку ширина деталей больше ширины транспортера, детали будут входить в прорези дисков. Диски и будут перемещать детали на второй транспортер, одновременно их переворачивая (см. рисунок). Скорость вращения колес с прорезями нужно подобрать так, чтобы детали, движущиеся на транспортере, входили в прорези.



**5.4.** Тем параметром, который определяет действие электрического тока на живые организмы, является сила тока, протекающего через организм. Если мы беремся за полюса розетки, через руки течет ток

$$I = \frac{220 \text{ В}}{1000 \text{ Ом}},$$

где 1000 Ом – сопротивление человеческого тела, которое составляет около 1 кОм. Этот ток по порядку величины составляет около 0,2 А и этот ток опасен для человека, как мы знаем из опыта (на самом деле, опасным считается ток больше 0,1 А). Оценим, какой ток потечет через палец, если замкнуть им контакты одной лампочки для карманного фонаря в елочной гирлянде, включенной в бытовую электрическую сеть.

Для оценки тока нам нужно оценить соотношение сопротивления гирлянды и сопротивления тела человека. Если сопротивление гирлянды много меньше сопротивления человеческого тела, то ее последовательное включение с телом человека практически не изменит ток через человека – человека сильно «ударит» током. Если сопротивление гирлянды много больше тела человека, ток через тело будет небольшим.

Сопротивление лампочки в рабочем состоянии составляет  $r = U^2 / P \approx 10 \text{ Ом}$ . Чтобы напряжение на каждой лампе составляло 3 В, в цепь нужно включить  $N = 220 / 3 \approx 70$  лампочек, которые в сумме будут иметь сопротивление 700 Ом. Поэтому при замыкании пальцем патрона с вывернутой лампочкой ток через палец будет составлять

$$I = \frac{220 \text{ В}}{1000 \text{ Ом} + 700 \text{ Ом}} = 0,13 \text{ А},$$

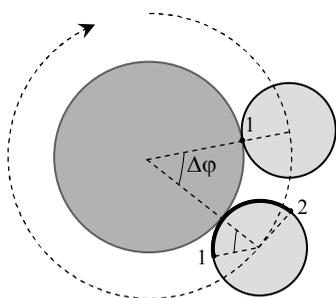
что лишь чуть-чуть меньше, чем при замыкании пальцем контактов бытовой электрической сети, и, следовательно, воздействие тока будет достаточно сильным. А на самом деле воздействие тока будет еще сильнее, поскольку ток через лампочки будет меньше рабочего (из-за большого сопротивления человека), они слабо нагреваются, и их сопротивление будет значительно меньше их сопротивления в рабочем состоянии (которое мы оценили по номинальной мощности). Таким образом, замыкать контакты перегоревшей лам-

почки в гирлянде опасно, поскольку сопротивление гирлянды меньше сопротивления тела, и включение гирлянды последовательно телу уменьшит ток через него совсем незначительно.

**5.5.** Сила, поднимающая самолет в воздух (подъемная сила), возникает в крыльях при разных скоростях движения воздуха над и под крылом. Из-за разных скоростей воздуха над и под крылом (а этого добиваются, делая форму крыла сверху и снизу – разной) давление воздуха под крылом больше давления воздуха над крылом. Именно эта разность давлений и удерживает самолет в воздухе. Но как только такая разность давлений возникает, образуется поток воздуха из области под крылом в область над крылом через концы крыльев (см. рисунок).



Разность давлений воздуха под и над крылом уменьшается, и это приводит к потере части подъемной силы (по утверждениям производителей самолетов из-за этого эффекта может теряться до трети подъемной силы на концах крыльев). Для уменьшения этого эффекта и служат винглеты, которые сильнее отделяют друг от друга области под крылом и над крылом.



**5.6.** Сначала рассмотрим движение малого диска по внешней поверхности большого. Пусть малый диск повернулся на угол  $\Delta\phi$  вокруг большого (см. рисунок). Если бы малый диск не вращался вокруг своей оси (для этого он должен был бы проскальзывать по большому), его радиус, связывающий точку, которой он касался большого диска с его центром в начальном положении, остался бы параллельным

самому себе и в конечном положении (эта точка отмечена на рисунке цифрой 1). Поэтому угол между отрезком, связывающим центры дисков в конечном положении, и радиусом малого диска, проведенным в точку 1, был бы равен  $\Delta\varphi$  (на рисунке этот угол отмечен дугой). Из-за отсутствия проскальзывания рассматриваемая точка вращается по часовой стрелке и окажется в положении 2, причем из-за отсутствия проскальзывания длина дуги малого диска, связывающая точку 2 и точку касания дисков в конечном положении, будет равна длине дуги большого диска между точками касания малого диска в начальном и конечном положении, т.е.  $2R\Delta\varphi$ . Таким образом, длина дуги между точками 1 и 2 равна  $R\Delta\varphi + 2R\Delta\varphi = 3R\Delta\varphi$ , и, следовательно, малый диск повернется на угол  $3\Delta\varphi$  вокруг своей оси. А значит, число оборотов малого диска вокруг своей оси  $n$  будет равно

$$n = \frac{3\Delta\varphi}{2\pi}.$$

Аналогично рассматривается движение малого диска по внутренней поверхности большого. Однако, как легко увидеть, углы его поворота вокруг большого и своей оси будут вычитаться (а не складываться, как в первом случае), поэтому при повороте малого диска вокруг большого на угол  $\Delta\varphi$  он совершит  $n_1 = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$  оборотов вокруг своей оси.

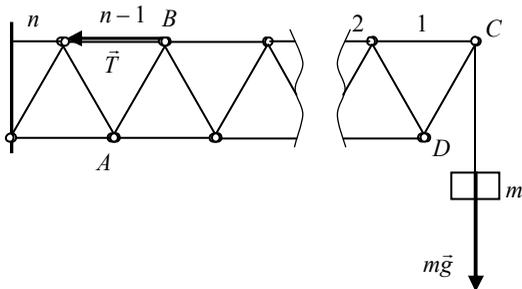
Можно предложить и другое решение задачи. Согласно решению задачи 3.5 при качении колеса без проскальзывания скорость центра колеса совпадает со скоростью точек на ободе в системе отсчета, связанной с его центром. А последняя как раз и определяет скорость обращения колеса вокруг своей оси. Другими словами, если центр колеса проходит расстояние  $2\pi R$ , оно поворачивается на один оборот вокруг центра. Вернемся теперь к дискам. При качении диска радиусом  $R$  по внешней поверхности диска радиусом  $2R$  центр малого диска вращается по окружности радиусом  $3R$ . Таким образом, при совершении полного оборота вокруг большого диска центр малого диска проходит расстояние  $2\pi \cdot 3R = 6\pi R$ , а, следовательно, сам малый диск совершает три оборота вокруг своей оси.

Если малый диск движется по внутренней поверхности цилиндрической полости радиусом  $2R$ , его центр движется по окружности радиусом  $R$  и при совершении малым диском одного оборота в полости он совершает один оборот вокруг своей оси.



**6.1.** Длинные балки, пролеты мостов, перекрытия больших закрытых помещений под действием собственного веса испытывают деформации изгиба. Дополнительное нагружение таких балок сосредоточенными силами увеличивают такие деформации, которые являются наиболее опасными для многих строительных

материалов. Поэтому длинные балки и пролеты мостов часто укрепляют системой стержней, которые будут сжиматься-разжиматься при изгибах основного элемента и уменьшать его деформацию. Такие конструкции называются фермами (см. рисунок, на котором показаны фермы железнодорожных мостов). При использовании ферм нужно уметь рассчитывать деформации каждого ее элемента. В этой задаче нам нужно найти растяжение второго слева стержня в верхнем ряду фермы при ее нагружении сосредоточенной нагрузкой в пренебрежении массой самой фермы.



Для этого рассмотрим равновесие части кронштейна  $ABCD$  (см. рисунок). Внешними силами для этой части являются сила натяжения нити, равная силе тяжести груза (сама конструкция по условию массы не имеет), и силы в двух шарнирах –  $A$  и  $B$ . Поскольку крепления всех стержней – шарнирные, сила, действующая со стороны

$(n - 1)$ -го стержня на шарнир  $B$ , направлена вдоль стержня (см. рисунок). Поэтому условие моментов для части кронштейна  $ABCD$  относительно шарнира  $A$  дает

$$T \frac{\sqrt{3}l}{2} = mg \left( n - \frac{3}{2} \right) l,$$

где  $l$  – длина одного стержня. Отсюда получаем

$$T = \frac{mg(2n - 3)}{\sqrt{3}}.$$

**6.2.** Из закона Ома для участка цепи сопротивлением  $R$

$$I = \frac{U}{R},$$

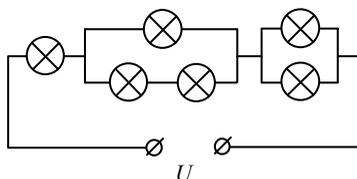
где  $I$  – ток через участок;  $U$  – напряжение на нем, следует, что зависимость тока от сопротивления линейна. Это, однако, справедливо, если при протекании тока через проводник его сопротивление не меняется. Но при протекании тока проводники греются, что меняет их сопротивление, и зависимость тока от сопротивления становится нелинейной. Это особенно существенно для электрических лампочек, температура которых (в Кельвинах!) может меняться в несколько раз (от 300 К при комнатных температурах до 2000 К в горячей лампе). С учетом нагревания проводников их вольтамперная характеристика приближенно описывается корневой зависимостью

$$I = \alpha \sqrt{U},$$

где  $\alpha$  – некоторая постоянная. Давайте, исследуем работу цепи с учетом такой характеристики.

Одиночная лампа перегорает, когда ток через нее достигает значения  $I_0 = 0,3$  А ( $I_0 = \alpha \sqrt{4 \text{ В}}$  А); при меньшем токе лампа работает. Поэтому перегорит та лампа, через которую течет наибольший ток, т.е. самая левая лампа. При этом напряжение на ней будет равно  $U_1 = 4$  В.

На участке параллельного соединения одной и двух ламп ток  $I_0 = 0,3$  А, протекающий через левую лампу, делится в некоторой



пропорции на два тока, причем отношение этих токов не равно 2:1 из-за нелинейной вольтамперной характеристики ламп. Найдем эти токи. Пусть в верхнем участке соединения одной и двух ламп течет ток  $I_{\text{в}}$ , в нижнем –  $I_{\text{н}}$ . Тогда для этих токов справедливы условия – сумма токов равна  $I_0$ , напряжения на верхнем и нижнем участках одинаковы. Находя эти напряжения из вольтамперной характеристики, получим:

$$I_{\text{в}} + I_{\text{н}} = I_0;$$

$$\left(\frac{I_{\text{в}}}{\alpha}\right)^2 = 2\left(\frac{I_{\text{н}}}{\alpha}\right)^2.$$

Отсюда находим токи, а затем и напряжение на рассматриваемом участке (из вольтамперной характеристики)

$$I_{\text{в}} = \frac{\sqrt{2}I_0}{\sqrt{2}+1}; \quad U_2 = \left(\frac{I_{\text{в}}}{\alpha}\right)^2 = \frac{2I_0^2}{(\sqrt{2}+1)^2 \alpha^2} = \frac{2U_0}{(\sqrt{2}+1)^2} = 1,38 \text{ В.}$$

При параллельном соединении двух одинаковых ламп этот ток поделится пополам –  $I_3 = 0,15 \text{ А}$ , а напряжение на этом участке будет равно

$$U_3 = \left(\frac{I_3}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{I_0}{2\alpha}\right)^2 = \frac{U_0}{4} = 1 \text{ В.}$$

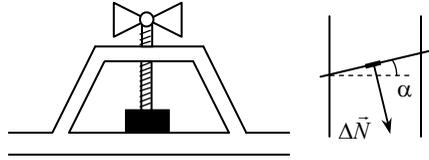
Таким образом, предельное напряжение источника, при котором еще не перегорает ни одна из ламп, составляет

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = U_0 + \frac{2U_0}{(\sqrt{2}+1)^2} + \frac{U_0}{4} = 6,38 \text{ В.}$$

**6.3.** См. решение задачи 3 из задания 9–10 класса.

**6.4.** В этой задаче рассматривается модель устройства, которое обеспечивает увеличение силы, – пресс или резьбовой домкрат. При действии на рукоятку винта небольшой силы можно получить значительные прижимающие усилия, при условии, что резьба имеет достаточно малый шаг (расстояние между соседними бороздками).

Итак, пусть угол подъема резьбы –  $\alpha$ . На шток действуют: искомая сила реакции со стороны заготовки  $\vec{N}$ , направленная вертикально вверх, внешние («закручивающие») силы на рукоятку, создающие момент, и сила реакции со стороны резьбы.



Пусть на малом интервале длины резьбы  $\Delta x$  на шток действует сила реакции  $\Delta \vec{N}$ , перпендикулярная резьбе (перпендикулярная – так как нет трения; см. рисунок). Сумма вертикальных проекций силы  $\Delta \vec{N}$ , действующих на все ее участки, компенсирует силу  $\vec{N}$  со стороны заготовки, проекции силы  $\Delta \vec{N}$  на ось, перпендикулярную оси заготовки, создает момент, компенсирующий момент внешних сил  $M$ . Поэтому

$$N = \frac{\Delta N \cos \alpha}{\Delta x} l;$$

$$M = \frac{\Delta N \sin \alpha}{\Delta x} l R,$$

где  $l$  – длина резьбы;  $R$  – радиус штока. Деля первое соотношение на второе, получим

$$M = NR \operatorname{tg} \varphi. \quad (1)$$

С другой стороны, для каждого участка резьбы длиной  $\Delta x$  справедливы равенства

$$\Delta x = \frac{\Delta l}{\cos \alpha}, \quad \Delta x = \frac{\Delta h}{\sin \alpha},$$

где  $\Delta l$  и  $\Delta h$  – проекции участка рассматриваемого участка резьбы на перпендикулярное и продольное направление. Поэтому суммирование таких проекций по одному витку резьбы дает

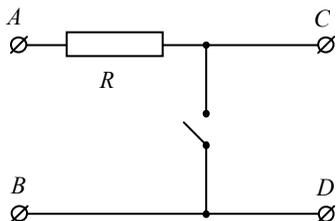
$$2\pi R \operatorname{tg} \alpha = h,$$

где  $h$  – шаг резьбы (расстояние между соседними бороздками). Отсюда и формулы (1) получаем

$$N = \frac{2\pi M}{h}.$$

Из этой формулы следует, что, используя резьбу с маленьким шагом, можно получить существенный выигрыш в силе (который, однако, не может быть бесконечно большим (при  $h \rightarrow 0$ ), так как такую нагрузку не выдержит резьба). Из-за значительного выигрыша в силе рассмотренная конструкция используется в механических домкратах.

Для знакомых с методом возможных перемещений отметим, что этим методом задача решается буквально в одно действие.

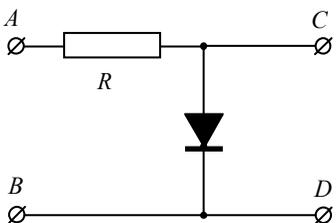


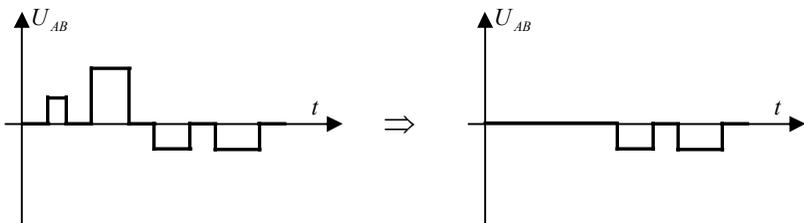
**6.5.** В этой задаче рассматривается известная цепь, которая называется «диодный ключ» (и ее модификации). Чтобы понять, как работает эта цепь, рассмотрим более простой пример. Пусть есть электрическая цепь, содержащая резистор, ключ и не имеющие сопротивления провода.

Пусть к клеммам  $AB$  этой цепи (вход цепи) мы прикладываем некоторое электрическое напряжение, а с клемм  $CD$  напряжение «снимаем» (т.е. клеммы  $CD$  являются источником электрического напряжения для некоторого другого электрического устройства; поэтому  $CD$  и называют «выходом» цепи). Вопрос: как зависит снимаемое напряжение от того, замкнут или разомкнут ключ?

Ответ очевиден. Если ключ замкнут, падение напряжения  $CD$  на не имеющем сопротивления ключе и проводах равно нулю, если ключ разомкнут ток в цепи не течет и «выходное» напряжение  $CD$  равно «входному» напряжению  $AB$ . Таким образом, ключ как бы открывает или закрывает передачу напряжения от «входа»  $AB$  к «выходу»  $CD$ .

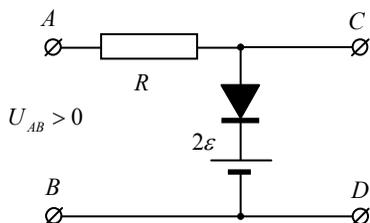
Очевидно, что вместо ключа можно использовать диод, который не имеет сопротивления при приложении к нему электрического напряжения одной полярности, и имеет бесконечно большое сопротивление при приложении напряжения другой полярности (т.е. диод в этом случае, фактически, эквивалентен разрыву цепи).





Эта цепь работает так же, как первая цепь в зависимости от полярности входного напряжения. В частности, если к входу диодного ключа приложить переменное напряжение, выходное напряжение будет содержать (без изменений) только напряжения одной полярности; напряжение другой полярности будет полностью «задержано» цепью (см. рисунок). Таким образом, рассмотренная цепь может выполнять функцию некоторого фильтра, задерживая напряжения одной полярности, и пропуская напряжения другой.

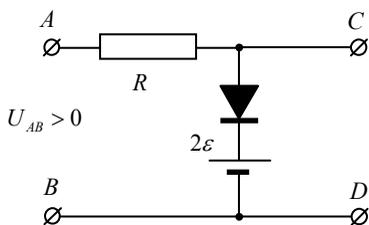
А если в участок цепи, содержащий диод, вставить источник напряжения с нулевым внутренним сопротивлением, причем «противоположно» диоду (см. рисунок)? Такая цепь работает еще «хитрее». Очевидно, что если не прикладывать напряжение



ко входу цепи, на ее выходе (несмотря на источник) будет нулевое напряжение, поскольку диод в этом случае дает разрыв цепи. Если ко входу цепи приложить напряжение той же полярности, что и источник, диод дает разрыв цепи, и «выходное» напряжение равно «входному». Приложим теперь напряжение другой полярности («по диоду», но «против» источника). Пока напряжение на входе меньше ЭДС источника, диод закрыт, ток через диод не течет; и выходное напряжение равно входному. Но как только напряжение  $AB$  превысит ЭДС источника (при противоположной полярности), диод открывается. Поэтому согласно закону Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, но с нулевым сопротивлением, напряжение на этом участке равно ЭДС независимо от внешнего напряжения и тока через источник.

Итак, что же делает рассмотренная цепь с диодом и источником? Напряжение, которое имеет полярность, противоположную диоду, эта цепь никак не задерживает. Если же ко входу цепи прикладывается напряжение «по диоду», то результат зависит от величины напряжения: если напряжение меньше ЭДС источника, оно без изменений «передается» на выход цепи, если напряжение больше ЭДС источника, оно понижается до величины ЭДС. Другими словами, эта цепь является ограничителем «скачков» напряжения одной полярности.

Ну а теперь давайте рассмотрим данную в условии цепь. Если напряжение  $U_{AB} > 0$ , диод в правом участке будет закрыт при любых значениях этого напряжения, и этот участок можно не рассматривать (он фактически является разрывом цепи). Поэтому при  $U_{AB} > 0$  данная в условии цепь эквивалентна цепи, изображенной на рисунке справа (при  $U_{AB} < 0$  «работает» второй участок цепи).



Так как сопротивление источника равно нулю, из закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, заключаем, что при любом токе через источник напряжение на участке  $CD$  равно ЭДС источника  $2\varepsilon$ . Если же ток через источник не течет, цепь фактически

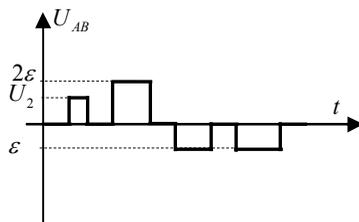
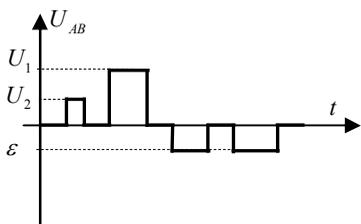
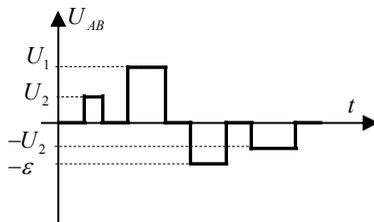
разорвана и напряжение на участке  $CD$  равно напряжению на участке  $AB$ . А ток через диод потечет, если напряжение  $AB$  будет больше  $2\varepsilon$ . Таким образом, пока напряжение  $0 < U_{AB} < 2\varepsilon$ , выходное напряжение равно входному; как только напряжение  $U_{AB}$  превысит  $2\varepsilon$ , выходное напряжение будет равно  $2\varepsilon$  независимо от напряжения  $AB$ . Другими словами, рассматриваемая цепь «обрезает» скачки входного напряжения. Второй участок дает ограничения на отрицательные напряжения  $U_{AB}$ , которые по величине превосходят  $\varepsilon$ .

Это значит, что график выходного напряжения при условии, что  $U_1, U_2 < \varepsilon$  совпадает с графиком входного напряжения.

Если  $U_2 < \varepsilon < U_1 < 2\varepsilon$  график имеет вид (см. рисунок справа).

Если  $\varepsilon < U_2, U_1 < 2\varepsilon$ , то величиной  $\varepsilon$  будут ограничены все «отрицательные максимумы», «положительные» максимумы останутся без изменений (см. внизу рисунок слева).

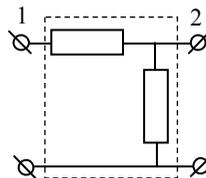
Если  $\varepsilon < U_2 < 2\varepsilon < U_1$ , величиной  $2\varepsilon$  будут ограничены большие положительные максимумы, маленькие – останутся без изменений (см. внизу рисунок справа).



Если  $2\varepsilon < U_2, U_1$ , все положительные максимумы будут ограничены величиной  $2\varepsilon$ , все отрицательные – величиной  $\varepsilon$ .

**6.6.** См. решение задачи 5.6.

**7.1.** Внутри черного ящика последовательно соединены два одинаковых сопротивления. Выводы 1 подсоединены к обоим, выводы 2 – только к одному из них. Тогда при приложении напряжения к входу 1 ток течет через оба сопротивления, и напряжение на втором равно половине приложенного. При приложении напряжения к входу 2, ток течет только через второе сопротивление (если вольтметр, подключенный к входу 1 – идеальный), и напряжение на втором вольтметре равно напряжению на первом.



**7.2.** Очевидно, сила натяжения одинакова во всех сечениях, поэтому оба стержня, составляющие составной стержень, растягиваются одинаковой силой. Следовательно, удлинение составного стержня  $\Delta l$  можно найти так:

$$\Delta l = \frac{F(2l/3)}{SE_1} + \frac{F(l/3)}{SE_2} = \frac{Fl}{3S} \left( \frac{2}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right).$$

Отсюда находим модуль Юнга составного стержня

$$\frac{1}{E_c} = \frac{S\Delta l}{Fl} = \frac{1}{3} \left( \frac{2}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) = \frac{2E_2 + E_1}{3E_1E_2}$$

или

$$E_c = \frac{3E_1E_2}{2E_2 + E_1}.$$

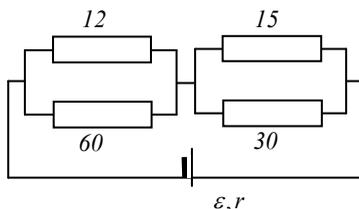
**7.3.** В процессе движения лыжника каждая лыжа выполняет две функции – отталкивания и скольжения. Когда лыжник хочет оттолкнуться, он ведет ногу назад, добиваясь, чтобы скорость лыжи относительно снега стала равной нулю, и отталкивается от снега, используя силу трения покоя. В этот момент сила трения направлена вперед по ходу движения лыжника. Когда лыжа скользит по снегу, сила трения направлена противоположно скорости скольжения лыжи, т.е. назад.

Лыжные мази должны работать двойкой: увеличивать коэффициент трения при отталкивании (в противном случае лыжник не сможет оттолкнуться – лыжи будут «проскальзывать» или «испытывать отдачу») и уменьшать коэффициент трения при скольжении. А поскольку при отталкивании работает трение покоя, а при скольжении – трение скольжения, а коэффициенты трения покоя и скольжения несколько отличаются (первый – всегда больше), то в качестве лыжных мазей и используют вещества с большой разницей этих коэффициентов.

В действительности используются мази двух типов – «для держания» и «для скольжения». Вторые – просто понижают трение, как только возможно (как правило, все они сделаны на основе соединений фтора, значительно уменьшающих трение). А вот мази держания – это вещества с существенно отличающимся трением покоя и скольжения. В момент толчка (в покое) мазь как бы прилипает к снегу, позволяя эффективно оттолкнуться, в момент скольжения коэффициент трения уменьшается, и мазь держания не тормозит скольжение лыжи.

Расположение мазей держания и скольжения на лыже – разное и определяется распределением силы реакции в момент толчка и скольжения. Поскольку в момент толчка увеличивается сила реакции под ботинком, то мазь держания наносят в область под ботинком (на профессиональном жаргоне «под пятку»), мази скольжения – на концы лыж.

7.4. Известно, что мощность, выделяемая во внешней цепи максимальна, если сопротивление нагрузки равно сопротивлению источника. Из данных сопротивлений можно составить сопротивление 20 Ом, если соединить сопротивления 12 и 60 Ом параллельно, 15 и 30 Ом параллельно, а два этих «блока» последовательно (см. рисунок, числа – сопротивления спиралей в омах). В этом случае выделяемая на нагрузке мощность будет равна



$$P = \frac{\varepsilon^2}{(R + r)^2} R = 5 \text{ Вт.}$$

Здесь  $R$  – сопротивление нагрузки;  $\varepsilon$  и  $r$  – ЭДС и сопротивление источника соответственно.

7.5. Пусть скорость, с которой воздух направляется винтом вертолета вниз, равна  $v$ . Тогда, очевидно, за время  $\Delta t$  вниз направляется такая масса воздуха  $\Delta m$ , которая находится в цилиндре с площадью основания, равной площади винта, и образующей  $v\Delta t$ :

$$\Delta m = \rho S v \Delta t,$$

где  $S$  – площадь винта вертолета;  $\rho$  – плотность воздуха. Поскольку до того как быть разогнанным винтом до скорости  $v$ , этот воздух покоился, изменение импульса этого воздуха равно

$$\Delta m v = \rho S v^2 \Delta t.$$

С другой стороны, это изменение импульса создается силой, действующей на воздух со стороны винта, которая по третьему закону Ньютона равна силе, действующей на винт со стороны воздуха, и равна силе тяжести вертолета, поскольку он находится в рав-

новесии. Поэтому из второго закона Ньютона в импульсной форме имеем

$$\rho S v^2 \Delta t = Mg \Delta t \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{Mg}{\rho S}}. \quad (*)$$

Мощность двигателя равна кинетической энергии воздуха, разогнанного в единицу времени. Поэтому

$$N \Delta t \sim \frac{\Delta m v^2}{2} = \frac{\rho v^3 \Delta t S}{2} \quad \Rightarrow \quad N \sim \frac{\rho S v^3}{2}.$$

Используя теперь формулу для скорости воздуха (\*), получим

$$N \sim \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M^3 g^3}{\rho S}} \sim \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M^3 g^3}{\pi \rho l^2}} = 3,4 \cdot 10^4 \text{ Вт.}$$

**7.6.** Мощность всасывания естественно определить как работу, совершаемую двигателем над воздухом в единицу времени. Если двигатель, создав разрежение  $p$ , прокачает за время  $\Delta t$  объем воздуха  $\Delta V$ , то будет совершена работа

$$\Delta A = F \Delta r = p S \Delta r = p \Delta V,$$

где  $\Delta r$  – перемещение порции воздуха;  $S$  – площадь сечения воздуховода пылесоса. Поэтому мощность всасывания рассматриваемого пылесоса есть

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = p v = 300 \text{ Вт,}$$

где  $v$  – скорость прокачивания воздуха (20 л в секунду). Сможет ли такой пылесос «всосать» монету «1 копейка», можно оценить так. Чтобы всосать монету, площадь сечения потока воздуха должна быть не меньше ее площади  $s \sim d^2$ . Поэтому скорость воздушного потока  $u$  будет равна

$$u = \frac{N}{p d^2}. \quad (*)$$

По закону Бернулли при движении воздуха над монетой будет создаваться область меньшего давления. Это давление отрывает монету от пола, а затем она, попадая в поток воздуха, засасывается

пылесосом. По закону Бернулли избыточное давление воздуха равно

$$\Delta p = \frac{\rho u^2}{2}$$

( $\rho$  – плотность воздуха). Поэтому поток оторвет монету от пола, если

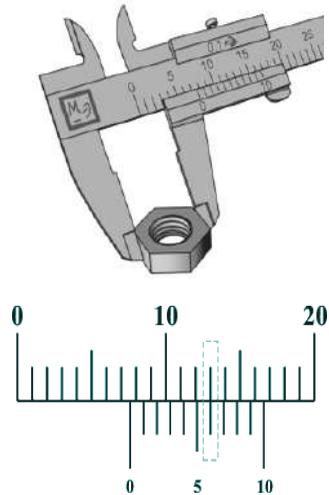
$$\Delta p d^2 = \frac{\rho u^2}{2} d^2 \geq mg.$$

Используя теперь скорость потока из (\*), получим для мощности пылесоса, способного «засосать» копейку

$$N \geq pd \sqrt{\frac{mg}{\rho}} \approx 20 \text{ Вт},$$

т.е. нашего (трехсотваттного) пылесоса достаточно, чтобы это сделать. Следует, однако, иметь в виду, что при засорении фильтров и наполнении мешков для сбора пыли пылью скорость воздушного потока может убывать «в разы», и даже 300-ваттный пылесос может не справиться с такой работой.

**8.1.** На штанге неподвижной части нанесена миллиметровая шкала, и нуль нониуса, нанесенного на подвижную часть штангенциркуля, совпадает с нулем основной шкалы, если подвижная часть плотно прижата к неподвижной. При измерении предмет зажимают между неподвижной и подвижной частями штангенциркуля. Поэтому нуль шкалы нониуса показывает на основной шкале размер предмета. Если нуль шкалы нониуса при этом точно попал на миллиметровое деление основной шкалы, размер предмета равен целому числу миллиметров (показанию основной шкалы). Если размер предмета не равен целому числу миллиметров, то нуль шкалы нониуса попадет между двумя делениями



основной шкалы. В этом случае работает шкала нониуса, которая позволяет определить размер предмета с точностью до 0,1 мм без нанесения делений с ценой деления 0,1 мм.

Основная идея работы нониуса – фактическое «раздвижение» каждого миллиметрового деления основной шкалы. Технически нониус работает так. Поскольку цена деления шкалы нониуса равна 0,9 мм, то десять делений шкалы нониуса (полная шкала) равны 9 мм, девять делений шкалы нониуса – 8,1 мм, восемь делений шкалы – 7,2 мм, семь делений – 6,3 мм, шесть делений – 5,4 мм, пять делений – 4,5 мм, четыре деления – 3,6 мм, три деления – 2,7 мм, два деления – 1,8 мм, одно деление – 0,9 мм. Поэтому если размер предмета равен целому числу миллиметров плюс 0,9 мм, расстояние от нуля шкалы нониуса до следующего миллиметрового деления основной шкалы будет равно 0,1 мм, и с одним из делений основной шкалы совпадет девятое деление шкалы нониуса (поскольку оно находится от нуля шкалы нониуса на расстоянии 8,1 мм). Если размер предмета равен целому числу миллиметров плюс 0,8 мм, расстояние между нулем шкалы нониуса и следующим миллиметровым делением основной шкалы равно 0,2 мм, и с одним из делений основной шкалы совпадет восьмое деление шкалы нониуса. Если размер предмета равен целому числу миллиметров плюс 0,7 мм, расстояние между нулем шкалы нониуса и следующим миллиметровым делением основной шкалы равно 0,3 мм, и с одним из целых значений основной шкалы совпадет седьмое деление шкалы нониуса и т.д. Таким образом, размер предмета определяется так: он равен целому числу миллиметровых делений основной шкалы, которое «перешагнул» нуль шкалы нониуса, и такому числу десятых долей миллиметра, какое деление шкалы нониуса точно совпало с одним из миллиметровых делений основной шкалы (для примера, показанного на рисунке, – 7,6 мм).

**8.2.** Проще (и точнее) всего объем тела человека оценить, как  $V = m / \rho$ , где в качестве плотности нужно взять плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3 = 1 \text{ кг/л}$ , поскольку тело человека содержит много воды. Таким образом, объем тела человека в литрах численно равен его весу в килограммах. Это значение приближенное, в том числе и потому, что объем тела человека меняется при дыхании. Точность этой оценки можно оценить так. Объем легких взрослого человека 5–6 л. При дыхании вентилируется около 1 л объема легких. Как

мы знаем, тело человека при полном вдохе плавает на поверхности воды, при полном выдохе – тонет (изменение объема тела – и соответственно средней плотности – при вдохе-выдохе используют аквалангисты для подъема или погружения). Это значит, что при наполнении легких средняя плотность тела становится чуть меньше плотности воды, при выдохе – чуть больше. Поэтому точность нашей оценки объема  $\pm 1$  л.

**8.3.** В самом верху колонна не будет сжата, в середине – сжата половиной своего веса, внизу – всем своим весом. Поэтому оценим среднее относительное сжатие колонны как ее относительное сжатие посередине. Малый поперечный элемент колонны толщиной  $l$  в ее середине сжимается половиной ее веса. Поэтому напряжение этого элемента  $\sigma$  равно

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{\rho gh}{2},$$

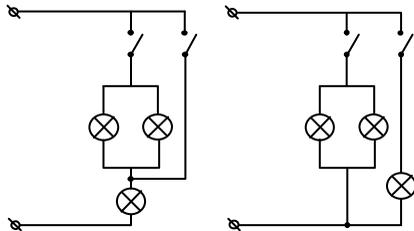
где  $S$  – площадь сечения колонны. По закону Гука имеем для относительного сжатия  $\varepsilon$  рассматриваемого элемента

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{\rho gh}{2E} \quad (*)$$

где  $\Delta l$  – деформация элемента. Если считать, что относительная деформация (\*) будет у всей колонны, то ее полная деформация будет такой

$$\Delta h = \varepsilon h = \frac{\rho gh^2}{2E} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

**8.4.** Лампы, работающие в бытовых электрических сетях, рассчитаны на напряжение 220 В. И в этом случае лампы горят нормально – полным накалом. Поэтому лампы горят слабым накалом, если к каждой приложено напряжение, меньшее 220 В; а это возможно, если к полюсам сети они подключены не параллельно, а последовательно. Именно на этом пути нужно искать неправильную цепь подключений. Одна из возможных схем неправильного подключения ламп, показана на левом рисунке. Правый рисунок дает правильную схему включения ламп.



**8.5.** В установившемся режиме вся энергия, выделяемая аппаратурой внутри станции, излучается в окружающее пространство. Поэтому по закону Стефана–Больцмана (см. указание к условию задачи) находим

$$w = 4\pi R^2 \sigma T^4, \quad (*)$$

где  $w$  – мощность выделения энергии внутри станции;  $\sigma$  – коэффициент пропорциональности в законе Стефана–Больцмана (постоянная Стефана).

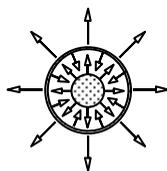
Что же будет происходить когда станцию окружили оболочкой? Ясно, что в установившемся режиме вся выделившаяся внутри энергия должна быть излучена оболочкой. Применяя к оболочке закон Стефана–Больцмана и учитывая, что ее радиус вдвое больше радиуса станции, получим

$$w = 4\pi (2R)^2 \sigma T_0^4, \quad (**)$$

где  $T_0$  – температура оболочки. Отсюда  $T_0 = T / \sqrt{2}$ . Новую температуру поверхности станции можно найти из следующих соображений. Оболочка излучает энергию (\*\*\*) и наружу и внутрь. Поэтому, в установившемся режиме поверхность станции должна излучать вдвое большую энергию, а для этого у нее должна возрасти температура. Отсюда находим новую температуру поверхности станции

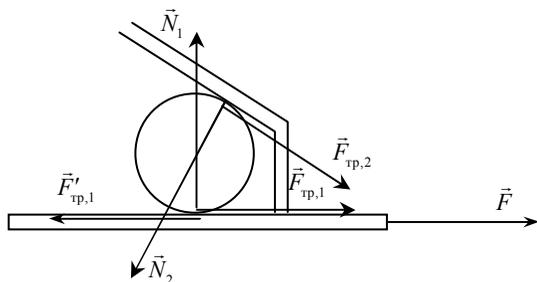
$$T'_c = \sqrt[4]{2} T.$$

**8.6.** Очевидно, трение будет препятствовать вытаскиванию направляющей вправо, поскольку может возникнуть эффект заклинивания – сила трения между направляющей и шариком «потянет» шарик вправо, это приведет к увеличению сил реакции, что в свою очередь увеличит трение. Нарушение работы храпового механизма рассматриваемого типа может происходить в двух местах. При малом трении между шариком и направляющей направляющую можно вытащить вправо, и шарик не будет ей мешать, но при этом не будет вращаться, поскольку вращаться ему не позволит трение между ним и корпусом. При малом трении между шариком и корпусом проскальзывание между шариком и направляющей не будет возникать, но направляющую можно вытащить вправо, вращая ша-



рик, поскольку его вращению не мешает трение между ним и корпусом. Таким образом, и трение между направляющей и шариком, и трение между шариком и корпусом необходимы для нормальной работы храпового механизма рассматриваемого типа, причем по условию нарушаться его работа будет при проскальзывании шарика относительно корпуса (там, по условию, меньше трение).

Пусть на направляющую действует горизонтальная сила  $F$ , направленная вправо. Пока механизм работает, шарик находится в равновесии. Поэтому применим к шарикку условия равновесия и исследуем возможность их нарушения.



На шарик действуют – сила трения со стороны направляющей  $\vec{F}_{тр,1}$ , направленная вправо и равная внешней силе, поскольку направляющая находится в равновесии, сила трения со стороны корпуса  $\vec{F}_{тр,2}$ , направленная вправо вниз (по часовой стрелке, поскольку в отсутствии трения между шариком и корпусом шарик вращался бы против часовой стрелки, а трение препятствует этому вращению), сила реакции со стороны направляющей  $\vec{N}_1$  и сила реакции со стороны корпуса  $\vec{N}_2$  (см. рисунок). Условия равновесия шарика и направляющей дают:

уравнение сил (горизонтальная ось)

$$N_2 \sin \alpha - F_{тр,2} \cos \alpha - F_{тр,1} = 0;$$

условие сил (вертикальная ось)

$$N_1 - N_2 \cos \alpha - F_{тр,2} \sin \alpha = 0;$$

условие моментов (относительно центра шарика)

$$F_{\text{тр},1} = F_{\text{тр},2};$$

условие равновесия направляющей

$$F_{\text{тр},1} = F,$$

где  $\alpha$  – угол наклона наклонной грани корпуса (см. рисунок в условии задачи; силой тяжести шарика пренебрегаем по сравнению с силами реакции и трения). Из этой системы уравнений находим  $N_1$  и  $N_2$ :

$$N_1 = N_2 = \frac{(1 + \cos \alpha)F}{\sin \alpha}.$$

С ростом внешней силы  $\vec{F}$  растут силы реакции и максимальные значения сил трения. Поэтому равновесие не нарушится при любом значении внешней силы, если выполнено условие

$$F_{\text{тр},2} < \mu N_2 \quad \text{или} \quad \mu \geq \frac{\sin \alpha}{(1 + \cos \alpha)} = \text{tg}(\alpha / 2)$$

(при этом аналогичное условие между направляющей и шариком также не нарушится, поскольку силы реакции  $N_1$  и  $N_2$  одинаковы, а коэффициент трения между шариком и корпусом меньше коэффициента между шариком и направляющей). Отсюда получаем ограничение на угол наклона грани корпуса механизма

$$\alpha \leq 2 \arctg \mu.$$

**9.1.** См. решение задачи 8.1.

**9.2.** См. решение задачи 8.2.

**9.3.** См. решение задачи 8.4.

**9.4.** Поскольку процессы 1–2 и 3–4 – адиабатические, КПД цикла определяется соотношением

$$\eta = \frac{Q_{2-3} - Q_{1-4}}{Q_{2-3}},$$

где  $Q_{2-3}$  – количество теплоты, полученное на участке 3–2;  $Q_{4-1}$  – количество теплоты, отданное газом на участке 1–4. Поскольку процессы 2–3 и 4–1 – изохорические

$$Q_{2-3} = \alpha R(T_3 - T_2), \quad Q_{1-4} = \alpha R(T_4 - T_1), \quad (*)$$

где  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от атомности газа;  $T_3$  и  $T_4$  – температуры газа в состояниях 3 и 4. Из закона Клапейрона–Менделеева имеем

$$T_3 - T_2 = \frac{V_{2,3}(p_3 - p_2)}{\nu R} = \frac{V_{2,3}p_2 \left( \frac{p_3}{p_2} - 1 \right)}{\nu R} = T_2 \left( \frac{p_3}{p_2} - 1 \right), \quad (**)$$

$$T_4 - T_1 = \frac{V_{4,1}(p_4 - p_1)}{\nu R} = \frac{V_{4,1}p_1 \left( \frac{p_4}{p_1} - 1 \right)}{\nu R} = T_1 \left( \frac{p_4}{p_1} - 1 \right)$$

где  $V_{2,3} = V_2 = V_3$  и  $V_{4,1} = V_4 = V_1$  – объем газа в состояниях 2, 3 и 4, 1 соответственно. Очевидно, отношение давлений на концах изохор – одинаковое. Действительно, из уравнения адиабаты (см. указание к условию) имеем

$$p_4 = p_3 \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma, \quad p_1 = p_2 \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma.$$

Поэтому давление на изохорах 2–3 и 4–1 изменяется в одинаковое количество раз

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{p_3}{p_2}.$$

В результате из определения КПД и формул (\*), (\*\*) находим

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{230}{523} = 0,44.$$

**9.5.** См. решение задачи 8.6.

**9.6.** В 1634–1636 годах уже после отречения от системы Коперника Галилео Галилей написал свой главный труд по механике – «Беседы и математические доказательства двух новых наук», в котором сформулировал теорию равноускоренного движения и заложил основы статики и сопротивления материалов – науки, занимающейся изучением деформаций тел. Галилей пишет в «Беседах» (с. 230, т. 2 академического издания научных трудов): «Вобьем в стену два гвоздя на одинаковой высоте над горизонтом и ... между одним и другим гвоздем подвесим тонкую цепочку... Цепочка эта,

свисая, расположится в виде параболы». В другом месте этой же книги (с. 343) Галилей пишет по-другому: «... канат, натянутый в большей или меньшей степени, располагается по линии, весьма близкой к параболе. Сходство столь велико, что если вы начертите на вертикальной плоскости параболическую линию и ... подвесите цепочку, ... то вы увидите (укорачивая или удлиняя цепочку, смотря по надобности), что она очень близко подходит к параболе; при этом совпадение ее с параболой наблюдается тем большим, чем меньше кривизна параболы». В одной из рукописей Галилея есть чертеж, на котором изображена подвешенная в двух точках цепь, и тут же нанесены точки, лежащие на параболе, соприкасающейся с цепью в нижней точке и имеющей в ней ту же кривизну. Из чертежа видно хорошее совпадение параболы с цепью в нижней части и заметное отличие этих линий при удалении от нижней точки цепи. Так, где же прав, а где ошибался Галилей?

В 1691 г., когда уже был разработан математический анализ, три выдающихся математика и физика Г. Лейбниц, Х. Гюйгенс и И. Бернулли практически одновременно и независимо друг от друга решили задачу «о цепной линии» – нашли уравнение однородной цепи, подвешенной в двух точках, расположенных на одинаковой высоте и провисающей благодаря силе тяжести. Эта функция оказалась не параболой<sup>1</sup>, однако вблизи своего минимума она практически совпадает с параболой, но на больших расстояниях от минимума от параболы заметно отличается.

А если рассмотреть цепочку, которая натягивается силой, пропорциональной не длине каждого звена цепочки, а равномерно распределенной по горизонтали вертикальной нагрузкой? С такой ситуацией мы сталкиваемся в висячих мостах, когда основная нагрузка на цепь дается не силой тяжести цепи, а подвешенной к ней проезжей частью моста.

Но сначала два слова о мостах. Все конструкции мостов можно разделить на балочные и висячие. В балочном мосту основным несущим элементом (пролетом моста) является балка или ферма, лежащая на опорах моста. Самая опасная деформация балочного моста – деформация изгиба балки; для ее уменьшения пролеты нужно делать как можно короче. В случае же необходимости обеспечить

---

<sup>1</sup> Она называется «гиперболический косинус».

большие пролеты, под которые не удается установить промежуточные опоры, используют висячие мосты.

Основным несущим элементом висячего моста является гибкий элемент, который называется «кабель» или «цепь»<sup>1</sup>, закрепленный на двух мощных опорах – пилонах, расположенных в начале и в конце моста, а проезжая часть подвешивается к цепи на вертикальных тросах. Такая конструкция устраняет наиболее опасные напряжения изгиба: главные напряжения висячего моста – это напряжения растяжения в цепи и вертикальных тросах, которые не так опасны, как изгиб железобетонной балки, и которые современные высокопрочные стали легко выдерживают.

В настоящее время все мосты с большими пролетами являются висячими (или, как их вариант, вантовыми). Это такие мосты, как мост Джорджа Вашингтона через Гудзон – первый мост с более чем километровым пролетом (1067 м, год открытия – 1931, США), мост Золотые Ворота (основной пролет – 1280 м, год открытия – 1937, США), мост Акаси-Кайкё (основной пролет – 1991 м, год открытия 1991, Япония), мост Сихоумэнь – первый мост с более чем двухкилометровым пролетом – 2120 м, год открытия – 2009 (Китай) и многие др.

Висячие мосты не требуют жесткого закрепления проезжей части на опорах и потому могут без ущерба для целостности конструкции демпфировать ветровые или сейсмические нагрузки. Тем не менее, ветер представляет собой основную угрозу висячему мосту: при сильном ветре мост ведет себя, как крыло самолета: в пролете под действием «подъемной силы» возникают напряжения, которые могут разрушить мост. Такой случай был в практике мостостроения. Висячий Такоумский мост в США был разрушен при шторме 7 ноября 1940 г. К счастью, во время этого разрушения никто не погиб. Процесс разрушения Такоумского моста был снят на любительскую видеокамеру. Анализ этих материалов позволил инженерам понять недостатки конструкции висячих мостов и разработать механизмы их устранения. В последующие проекты вводилась защита от ветровых нагрузок, и крупных аварий с висячими мостами

---

<sup>1</sup> Конечно, «цепь» у крупных висячих мостов – это совсем не цепь в «бытовом» понимании этого слова, а высокопрочный стальной трос толщиной несколько десятков сантиметров, способный выдержать массу проезжей части моста.

более не происходило (впечатляющую видеозапись разрушения Такомакого моста можно посмотреть в Интернете: <http://www.youtube.com/watch?v=Xxgobk5AFrI>).



Мост Джорджа Вашингтона, США



Мост Золотые Ворота, США



Мост Акаси-Кайкё, Япония



Мост Сихоумэнь, Китай

В России всяческие мосты широкого распространения не получили, тем не менее, ряд таких мостов есть и в нашей стране. Один из самых известных – это Крымский мост в Москве. Основной пролет этого моста – 168 м, открытие – 1938 г. За последнее время построен ряд вантовых мостов, использующих главную идею висячего моста. В вантовых мостах поддерживающие мост тросы – ванты – крепятся непосредственно к пилонам. Это Русский и Золотой мосты во Владивостоке (основной пролет – 1104 и 737 м соответственно), Кировский мост в Самаре (основной пролет – 571 м), Живописный мост в Москве (основной пролет – 410 м) и ряд др.



Крымский мост, Москва



Мост Русский, Владивосток



Золотой мост, Владивосток



Кировский мост, Самара

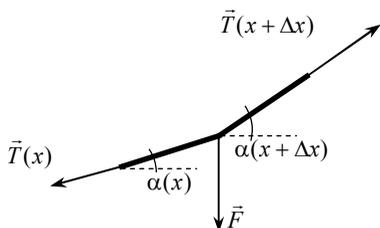


Живописный мост, Москва

Давайте оценим, как располагается в равновесии цепь висячего моста. Для этого рассмотрим участок цепи между двумя вертикальными тросами, расположенными через один. Поскольку по условию масса цепи мала, а тросы расположены близко друг к другу,

участки цепи между ближайшими вертикальными тросами можно считать прямыми (см. рисунок). На рассматриваемый участок действуют две силы натяжения цепи (по краям) и сила со стороны вертикального троса (в центре). Условия равновесия рассмотренного участка цепи дают

$$\begin{cases} T(x + \Delta x) \cos \alpha(x + \Delta x) = T(x) \cos \alpha(x); \\ T(x + \Delta x) \sin \alpha(x + \Delta x) = F + T(x) \sin \alpha(x), \end{cases}$$



где  $T(x)$  – сила натяжения цепи как функция горизонтальной координаты  $x$  (см. рисунок в условии задачи);  $\alpha(x)$  – угол наклона цепи к горизонту как функция  $x$ ;  $\Delta x$  – расстояние между ближайшими тросами;  $\vec{F}$  – сила натяжения вертикального троса (которая по условию одинакова для всех тросов и которая может быть связана с массой моста  $M$  и количеством вертикальных тросов  $N$ :  $F = Mg / N$ ). Деля первое уравнение на  $\Delta x$  и учитывая, что нам необходимо рассмотреть это выражение при малом расстоянии между тросами (в пределе при  $\Delta x \rightarrow 0$ ), получим с использованием определения производной

$$\frac{T(x + \Delta x) \cos \alpha(x + \Delta x) - T(x) \cos \alpha(x)}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} (T(x) \cos \alpha(x))' = 0, \quad (1)$$

где штрих обозначает производную соответствующей функции по  $x$ . Отсюда

$$T(x) \cos \alpha(x) = A, \quad (2)$$

где  $A$  – некоторая постоянная (имеющая смысл горизонтальной составляющей силы натяжения цепи и которая равна горизонтальной составляющей силы, действующей со стороны цепи на пилоны). Аналогичные вычисления со вторым условием равновесия дают

$$(T(x) \sin \alpha(x))' = f,$$

где  $f = F / \Delta x$  – удельная нагрузка на единицу длины моста. Так как производная функции  $T(x) \sin \alpha(x)$  равна постоянной, сама эта функция является линейной

$$T(x)\sin\alpha(x) = fx + B, \quad (3)$$

где  $B$  – некоторая постоянная. Выражая из (2) силу  $T(x)$  и подставляя ее в (3), получим

$$A \operatorname{tg} \alpha(x) = fx + B.$$

Но тангенс угла наклона цепи к горизонту (к оси  $x$ ) есть производная уравнения цепи  $y(x)$  по переменной  $x$ . Поэтому

$$A y'(x) = fx + B, \quad (4)$$

где  $y(x)$  – уравнение цепи. Постоянную  $B$  легко найти. Поскольку при  $x=0$  (середина моста) цепь расположена горизонтально (координату  $x=0$  имеет нижняя точка цепи), то  $B=0$ . А так как производная уравнения цепи  $y'(x)$  зависит от  $x$  линейно, то  $y$  зависит от  $x$  квадратично

$$y(x) = \frac{f}{2A}x^2 + C,$$

где  $C$  – постоянная, которая также должна быть выбрана равной нулю, поскольку при нашем выборе системы координат точке с координатой  $x=0$  отвечает  $y=0$ . Таким образом, цепь представляет собой параболу

$$y(x) = \frac{f}{2A}x^2.$$

Этот результат является приближенным: если масса цепи сравнима с массой проезжей части, цепь ближе к цепной линии, если масса цепи мала по сравнению с массой проезжей части (а в реальных мостах реализуется, конечно же, этот случай) – параболой.

**10.1.** При движении левого поршня вниз, а правого вверх увеличивается давление в левой камере насоса и уменьшается в правой. Поэтому нижний левый клапан закрывается, левый боковой – открывается, пропуская воду из левой камеры в центральную. В это же время правый боковой поршень закрывается, не пропуская воду из центральной камеры в правую. Правый нижний поршень в это время открывается, и благодаря уменьшению давления в правой камере вода засасывается из водоема в правую камеру. Затем процесс повторяется.

Разница между насосами заключается в следующем. Правый насос дает напор воды только при движении поршней. Около «мертвой точки» при движении поршней получается, что поршни не дают на воду, давление в воде падает, вода не течет. Таким образом, правый насос работает прерывисто – в момент движения поршней вода течет, около «мертвой точки» хода поршней напор падает. В левом насосе за счет сжатия воздуха в камере  $A$  создано повышенное давление, которое обеспечивает напор даже около «мертвой точки» хода поршней. В результате левый насос обеспечивает непрерывное откачивание воды, правый работает прерывисто.

**10.2.** Песчинки представляют собой маленькие кусочки диоксида кремния неправильной формы. Поэтому насыпная плотность песка зависит от степени его «уплотнения», когда «неправильности» песчинок находят друг друга, и насыпная плотность песка может приближаться к истинной. Если же никаких специальных усилий по уплотнению песка не предпринимается, между песчинками остаются пустоты, и его насыпная плотность может быть значительно меньше истинной. Оценим насыпную плотность. Будем для оценки считать, что песчинки представляют собой шарики одинакового радиуса  $r$  (согласно условию считаем, что все песчинки имеют одинаковые размеры). Конечно, это предположение является приближенным, однако промежутки между песчинками неправильной формы без специальных усилий по уплотнению песка в каких-то случаях являются большими, в каких-то – меньшими, чем пустоты между шариками, и предположение о круглой форме песчинок для вычисления объема пустот является разумным. Пусть песок заполняет куб с ребром  $a$ . Тогда в кубе содержится  $N \sim (a / 2r)^3$  песчинок, имеющих суммарный объем

$$V = N \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi a^3.$$

Поэтому масса песка в объеме куба равна

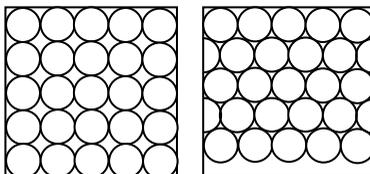
$$m = \rho V = \frac{1}{6} \pi \rho a^3,$$

где  $\rho$  – истинная плотность песка. Отсюда находим насыпную плотность песка, как отношение массы песка в объеме куба к его объему

$$\rho_0 = \frac{m}{a^3} = \frac{1}{6} \pi \rho \approx \frac{1}{2} \rho = 1300 \text{ кг/м}^3.$$

Как следует из этой формулы насыпная плотность приблизительно вдвое меньше истинной и не зависит от размера песчинок (при условии, что все они имеют одинаковый размер).

Можно предложить и модель более плотной «упаковки» песчинок<sup>1</sup>. Модель, которая была рассмотрена выше, отвечала ситуации, изображенной на левом рисунке. Но если каждый последующий ряд сдвинуть



относительно предыдущего слоя на величину радиуса песчинок, то расстояние между двумя слоями уменьшится в  $2/\sqrt{3} \approx 1,15$  раза, и плотность песка возрастет в такой же пропорции (в пренебрежении размером песчинок по сравнению с размером емкости), т.е. в  $2/\sqrt{3} \approx 1,15$  раза. Именно такой должна быть разность между плотностью песка в уплотненном и неуплотненном состояниях.

В случае разброса размеров песчинок насыпная плотность снижается по сравнению с вышеприведенной оценкой. Это связано с тем, что песчинки большего размера дают «матрицу», которая заполняется песчинками меньшего размера. В результате увеличиваются промежутки между песчинками, и насыпная плотность песка уменьшается.

**10.3.** Тепловая трубка работает следующим образом. Температуру кипения жидкости следует подобрать так, чтобы она имела промежуточное значение между температурой устройства и температурой окружающей среды. Тогда между деталью и кипящей жидкостью идет теплообмен. Благодаря поступлению тепла жидкость выкипает, пар поднимается вверх, контактирует с окружающей средой, отдает ей энергию и конденсируется в верхней части трубки. Затем под действием силы тяжести сконденсировавшаяся жидкость с температурой окружающей среды опускается вниз, снова нагревается за счет теплообмена с горячим устройством, выкипает и т.д. Таким образом, за один цикл жидкость переносит то количества теплоты, которое необходимо для ее испарения –

<sup>1</sup> На возможность такой оценки насыпной плотности уплотненного (утрамбованного) песка обратил наше внимание О.В. Маслаков.

$Q = \Delta m \lambda$ , где  $\Delta m$  – масса жидкости в трубке;  $\lambda$  – скрытая теплота парообразования для данной жидкости.

Эффективность охлаждения с помощью тепловых трубок связана с тем, что количество теплоты, необходимое для нагревания теплоносителя на небольшую температуру  $\Delta T$ , гораздо меньше количества теплоты, необходимой для его испарения. Например, для воды

$$c\Delta T < \lambda$$

для  $\Delta T < 500$  °С. Поэтому при малых  $\Delta T$  (а при охлаждении материнской платы компьютера эта величина порядка 30–50 °С) нужно обеспечить большой поток теплоносителя. Оценить этот поток можно так. Если трубка в единицу времени переносит  $\Delta m \lambda$  тепла (где  $\Delta m$  – масса жидкости, выкипающей в единицу времени), то такое же количество тепла можно передать с помощью обычного теплопереноса для следующей массы теплоносителя  $\Delta M$  :

$$c\Delta M \Delta T = \Delta m \lambda,$$

где  $\Delta T$  – разность температур между устройством и теплоносителем, которая по порядку величины близка к разности температур между устройством и окружающей средой. Отсюда получаем

$$\frac{\Delta M}{\Delta m} = \frac{\lambda}{c\Delta T} \sim 20.$$

Таким образом, для осуществления такой же теплопередачи, как у тепловой трубки, необходимо пропускать около охлаждаемого устройства в 20 раз больше теплоносителя, чем его выкипает в трубке.

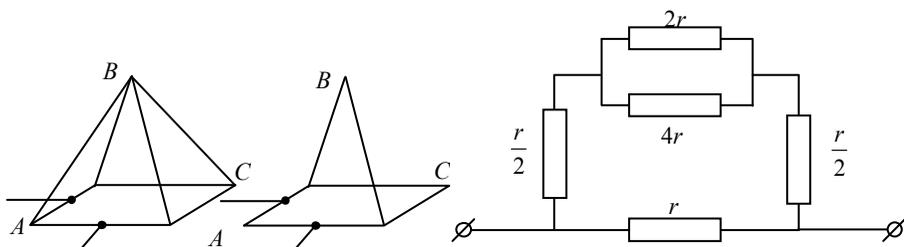
Для работы трубки в горизонтальной ориентации (и даже с наклоном вниз) необходимо предложить механизм возврата жидкости назад (испарившийся горячий пар будет «уходить» в любом направлении, благодаря давлению). Такой механизм могут обеспечить капиллярные силы. Внутренние поверхности трубок, работающих в горизонтальной ориентации, покрывают гигроскопическим материалом (органической тканью или пористой керамикой). Жидкость, сконденсировавшись на холодном конце трубки, перемещается в сторону горячего конца благодаря капиллярным силам.

В качестве теплоносителя в существующих тепловых трубках используют воду с примесью аммиака и спирта (меняя их концентрации, можно менять температуру кипения жидкости в трубке), и

даже такие «экзотические материалы» как ртуть и индий при передачах тепла при высоких температурах нагревателя.

**10.4.** Пусть есть два зацепляющихся зубчатых колеса, вообще говоря, разных радиусов. При вращении одного из них второе будет вращаться так, что линейные скорости точек колес в точке их соприкосновения будут совпадать (поскольку зубцы шестеренок не проскальзывают друг относительно друга, а движутся вместе). Поэтому зацепляющиеся зубчатые колеса вращаются в разные стороны: одно движется по часовой стрелке, а второе – против часовой стрелки. Если есть третье зубчатое колесо, связанное с одним из первых двух, то оно будет вращаться в противоположном направлении по сравнению с тем колесом, с которым оно зацеплено, и линейная скорость его поверхности будет такая же, как у первых двух, и т.д. Поэтому чтобы система колес, связанных друг с другом «по кругу», могла вращаться, нужно, чтобы первое и последнее колесо двигались в разных направлениях, и линейные скорости точек поверхности совпадали. Второе условие выполнено всегда независимо от размера колес, первое же условие выполнено только в том случае, если число колес «в круге» – четное. Поскольку у нас оно – нечетное, такая система колес вращаться не может.

**10.5.** Очевидно, что данная цепь симметрична относительно вертикальной плоскости, проходящей посередине между клеммами цепи ( $ABC$ , см. левый рисунок). Поэтому по проводам, лежащим в этой плоскости ( $BC$  и  $AB$ ), ток течь не может. Поэтому эти провода можно удалить из цепи без перераспределения тока в других проводах (и, следовательно, без изменения сопротивления цепи).



После удаления этих проводов (см. рисунок посередине) цепь становится эквивалентной цепи, изображенной на правом рисунке (здесь  $r$  – сопротивление ребра основания). Находя его, получим

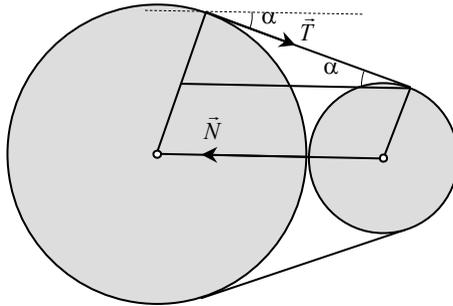
$$R = \frac{7r}{10}.$$

**10.6.** Пусть сила натяжения кольца равна  $T$ . Тогда условие равновесия каждого шкива дает

$$2T \cos \alpha = N,$$

где  $N$  – сила реакции, действующая на один шкив со стороны другого;  $\alpha$  – угол между участком кольца между шкивами и отрезком, соединяющим центры шкивов. Геометрически очевидно (см. рисунок), что

$$\sin \alpha = \frac{3R - R}{3R + R} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 30^\circ.$$



Отсюда находим длину растянутого кольца, которая равна удвоенной длине участка кольца между шкивами, длине участка кольца, охватывающего большой шкив и опирающегося на угол  $240^\circ$  и длине участка кольца, охватывающего малый шкив и опирающегося на угол  $120^\circ$ . Таким образом, длина растянутого кольца есть

$$L = 3R \frac{2}{3} 2\pi + R \frac{1}{3} 2\pi + 4R\sqrt{3} = 2R \left( \frac{7\pi}{3} + 2\sqrt{3} \right).$$

Это значит, что кольцо удлинилось на величину

$$\Delta L = L - 6\pi R = 4R \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$$

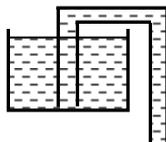
и, следовательно, сила натяжения кольца есть

$$T = k\Delta L = 4kR \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

Отсюда находим

$$N = 2T \cos 30^\circ = \sqrt{3}T = 4kR \left( 3 - \frac{\sqrt{3}\pi}{3} \right).$$

**11.1.** Основная идея работы сифона заключается в следующем. Пусть имеется изогнутая трубка с коленами разной длины, одно из которых (короткое) помещено в сосуд с водой, второе находится вне сосуда. И пусть мы каким-то образом заполнили трубку водой без разрывов (см. рисунок). Что будет дальше? Очевидно, атмосферное давление не даст «разорваться» воде в трубке (другими словами, образоваться в ней пустому пространству). Это значит, что вода в трубке будет вести себя как единое целое. А поскольку вода в длинном колене трубки создает большее давление, чем в коротком, вода в трубке начнет двигаться в направлении длинного колена. Таким образом, вода в сосуде будет «засасываться» в трубку (точнее, атмосферное давление, действующее на свободную поверхность воды в сосуде, и сила тяжести, действующая на воду в трубке, будут «заталкивать» воду в трубку) и вытекать через длинное колено трубки. Очевидно, этот процесс закончится только тогда, когда вся вода вытечет из сосуда (или, точнее, когда уровень воды в сосуде опустится ниже короткого конца трубки).



Похожий процесс протекает и в двойном сифоне Герона, о котором говорится в условии задачи. Когда мы наливаем в сосуд воду, она, подтекая под край внешней трубки, заполняет ее полностью, выталкивая воздух через внутреннюю трубку, а потом начинает вытекать через нее сама, заполняя длинное колено трубки. И мы получаем сифон, длинной трубкой которого является внутренняя трубка, короткой – пространство между трубками в сосуде. А это значит, что ВСЯ вода вытечет через трубку из сосуда.

**11.2.** См. решение задачи 10.2.

**11.3.** См. решение задачи 10.3.

**11.4.** См. решение задачи 10.5.

**11.5.** Если бы сила сопротивления воздуха не действовала, то времена подъема и спуска мяча были бы одинаковы. При действии силы сопротивления воздуха механическая энергия мяча уменьшается, и, следовательно, на одной и той же высоте на подъеме мяч

имеет большую скорость, чем на спуске. Поэтому время подъема меньше времени спуска.

Поскольку установившаяся скорость падения мяча гораздо больше скорости, с которой он движется в нашем опыте, движение мяча является «почти равноускоренным». Поэтому для оценки используем законы равноускоренного движения.

Но сначала найдем силу сопротивления воздуха. По условию сила сопротивления пропорциональна скорости мяча  $F_c = kv$  (где  $k$  – некоторый коэффициент пропорциональности) и при  $v = 10v_0$  совпадает с весом мяча. Поэтому

$$mg = 10kv_0 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{mg}{10v_0}.$$

Теперь найдем параметры движения. Высота подъема практически равна величине

$$h = \frac{v_0^2}{2g},$$

а время подъема

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g}.$$

Средняя сила сопротивления воздуха, действующая на тело на этом пути, определяется соотношением

$$F_c = kv_{\text{cp}} = k \frac{v_0}{2} = \frac{mg}{20},$$

где  $v_{\text{cp}} = v_0/2$  – средняя скорость тела на подъеме. Во время подъема сила сопротивления совершает работу

$$A_{\text{сопр}} \sim -F_c h = -\frac{1}{20} \frac{mv_0^2}{2}.$$

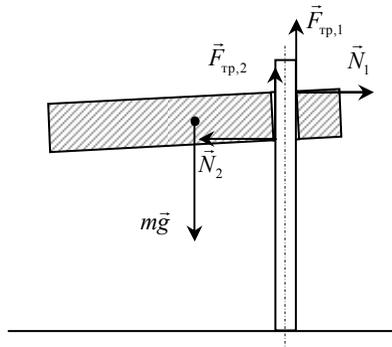
Это значит, что механическая энергия мяча уменьшилась на одну двадцатую. Поэтому средняя скорость мяча на спуске определяется соотношением

$$v_{\text{сп}} = \frac{v_0}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{20}}.$$

Поэтому оценка отношения времени подъема к времени спуска имеет вид

$$\frac{t_{\text{под}}}{t_{\text{спус}}} = \frac{1}{\sqrt{1-1/20}} = \sqrt{\frac{20}{19}} \approx 1 + \frac{1}{40}.$$

**11.6.** В результате действия силы тяжести пластину чуть-чуть «перекосит» относительно стержня, и возникнут силы реакции и силы трения. В результате на пластину будут действовать: сила тяжести (в геометрическом центре пластины сдвигом центра тяжести пластины из-за вырезания отверстия пренебрегаем), две силы реакции со стороны стержня и две силы трения (см. рисунок).



Условие моментов относительно точки приложения силы  $\vec{N}_2$  дает

$$mga = N_1 d \quad \Rightarrow \quad N_1 = \frac{mga}{d}$$

(здесь считалось, что толщина стержня очень мала, а перекос пластины очень мал и приводит только к возникновению сил реакции и трения, но практически не меняет ее расположения в пространстве). Аналогично,

$$N_2 = \frac{mga}{d}.$$

Таким образом, и силы реакции  $\vec{N}_1$  и  $\vec{N}_2$ , и, следовательно, силы трения  $\vec{F}_{\text{тр},1}$  и  $\vec{F}_{\text{тр},2}$  одинаковы. Чтобы пластина была в равновесии силы трения должны компенсировать силу тяжести, поэтому

$$2F_{\text{тр}} = mg .$$

При этом пластина будет в покое, если силы трения не превысят своих максимальных значений  $kN$ , где  $k$  – коэффициент трения. Отсюда имеем, что пластина будет в покое, если

$$\frac{mg}{2} \leq \frac{kmg a}{d}$$

или

$$k \geq \frac{d}{2a} .$$

## Печатные материалы об Инженерной олимпиаде школьников

Физика, 1 сентября, № 11, 2013 г., с. 46–49

Абитуриенту

## Инженерная олимпиада школьников

Представлены задачи первой инженерной олимпиады школьников, проведённой силами пяти ведущих российских вузов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: абитуриенту, инженерная олимпиада НИЯУ МИФИ, ЛЭТИ, НИУ СГАУ, МИИТ, НГТУ, динамика, электростатика, электродинамика, МКТ, термодинамика



Е. Б. ВЕСНА, С. Е. МУРАВЬЁВ  
semuraviev@mail.ru,  
В. И. СКРЫТНЫЙ,  
НИЯУ МИФИ, г. Москва,  
И. Ю. ЛЯХОВ,  
НГТУ им. Р.Е. Алексеева,  
г. Нижний Новгород

В 2012 г. пять крупнейших технических университетов – Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королёва (НИУ СГАУ), Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева (НГТУ) – решили провести олимпиаду, которая позволила бы заинтересовать школьников инженерными направлениями и мотивировать лучших из них к инженерному творчеству и инженерному образованию. Эту олимпиаду было решено назвать «Инженерной олимпиадой школьников». Отметим, что состав вузов-организаторов неслучаен, все они представляют регионы с развитой наукой и промышленностью – «инженерную ось России».

Олимпиада проводилась в два тура – отборочный и заключительный – одновременно на базе всех вузов-организаторов и на региональных площадках в Санкт-Петербурге, Москве, Нижнем Новгороде, Самаре и Димитровграде (Ульяновская обл.). В отборочном туре олимпиады приняли участие около 1000 школьников, к заключительному туру допущено около 300.

Главное отличие Инженерной олимпиады от «стандартных» олимпиад для школьников заключалось в принципах составления заданий и в самих олимпиадных заданиях. Изначально было ясно, что инженерная олимпиада должна быть межпредметной, но всё-таки главным предметом должна быть физика, основа большинства современных технологий. Конечно, во всех задачах должны рассматриваться те или иные

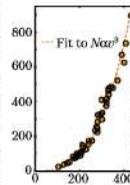
инженерные системы. Конечно, в заданиях должны быть представлены задачи-оценки – ведь современный инженер должен уметь «на пальцах» оценить ту или иную проблему и выполнить расчёт. Конечно, задание не должно выходить за рамки школьной программы и должно быть «решаемым». И, конечно, задание не должно быть примитивным, может быть, напротив, даже выглядеть сложным и непонятным. И, конечно, оно должно быть «красивым» и интересным. «Красивым» и интересным и для физиков, и для инженеров, и для школьников. Удалось ли нам это сделать, судить вам. Мы провели опрос участников олимпиады на выходе из аудиторий: «Сложно и непонятно», «Мы такого не проходили», «А нам было интересно». И хотя последнее звучало не так часто, как нам хотелось бы, но всё же было! И ещё одно занятное наблюдение. На инженерной олимпиаде была более рабочая обстановка, чем на «обычных» олимпиадах – школьники решали задачи, а не пытались подглядывать к соседям или искать способ связи с «внешним миром». Им действительно было интересно.

В будущем году мы обязательно продолжим эту олимпиаду и приглашаем всех желающих принять в ней участие. Следите за сайтами вузов-организаторов.

Авторы выражают благодарность замечательному педагогу и популяризатору науки К.Ю. Богданову за полезные обсуждения ряда инженерных вопросов, вошедших, не вошедших и планирующихся к включению в задания Инженерной олимпиады.

## Отборочный тур

1. На рисунке приведен график зависимости мощности автомобиля (ось ординат, кВт) от максимальной скорости, которую он способен развивать (ось абсцисс, км/ч). Этот график построен по данным автопроизводителей относительно машин одного класса, имеющих близкие размеры: каждая точка соответствует одному-либо



## Инженерная олимпиада ШКОЛЬНИКОВ

Важнейшей задачей, стоящей сегодня перед всей образовательной системой страны, является привлечение школьников к выбору инженерных и технических образовательных траекторий, а в более общем плане – ориентация современной молодежи на науку и технику. Ведь сегодня выбирают физику как один из предметов для сдачи ЕГЭ (а это показатель того, чего хочет школьник) не более 25 % выпускников 11 класса. Государственные рычаги (административные и экономические), которые позволили в середине прошлого века решить проблему технологического отставания СССР от США в области атомного оружия (и не только), в настоящее время не действуют. Кроме того, существенно изменилось общество. Двадцатый век был веком науки и техники, и это совсем не пустые слова. Все школьники знали, что такое дифференциал и жиклёр, в чём разница между напряжением 127 и 220 В, и даже имевшие двойку по физике могли перебрать настольную лампу, почистить контакты в розетке и т. д. Сегодня же в развитых странах сформировано потребительское отношение к технике: зачем знать, как работает техника, если она работает. Поэтому боимся, что далеко не все современные отличники смогут справиться с простейшими бытовыми приборами, с которыми нам приходится сталкиваться.

Что же нужно, чтобы «повернуть» школьников к науке и технике? Много. Конечно, главное – это общественная значимость, востребованность и экономическая состоя-

тельность профессии учёного и инженера. Но не только. Если школа не подготовит хороших, квалифицированных выпускников, если они не пойдут в технические вузы, если не будут напряжённо и ответственно учиться в вузе, осваивая трудную, но интересную профессию инженера, наша страна недополучит многих Черепановых, Поповых, Королёвых, Курчатовых, Туполевых. Поэтому нужно и повышать уровень школьного образования, и всячески пропагандировать среди молодежи достижения науки и техники, квалифицированно рассказывать о проблемах, надеждах и перспективах современных научных технологий. Важно заинтересовать молодых людей наукой и техникой и показать им, какими интересными являются такие занятия (да простят нас уважаемые «юристы и экономисты», но сравнить занятия наукой или созданием новых инженерных устройств с вычитыванием положений и регламентов или занесением чужих зарплат в сводные таблицы мы никак не можем).





## Инженерная олимпиада ШКОЛЬНИКОВ

### Задания очного отборочного тура

Приведены задания очного отборочного тура Инженерной олимпиады школьников, которая проводится Национальным исследовательским ядерным университетом «МИФИ», Санкт-Петербургским государственным электротехническим университетом «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), Самарским государственным аэрокосмическим университетом им. С.П. Королёва (национальным исследовательским университетом), Московским государственным университетом путей сообщения (МИИТ), Нижегородским государственным техническим университетом им. Р.Е. Алексеева. Отборочный тур Инженерной олимпиады школьников состоялся 15 декабря 2013 года на площадках вузов-организаторов и региональных площадках (Арзамас, Белгород, Дмитровград, Лисий Нос). Инженерная олимпиада школьников входит в Перечень олимпиад школьников 2013 – 2014 учебного года.

#### Условия

1. Если терморегулятор утюга поставить в положение «капрон», его нагреватель периодически включается на 10 с и периодически выключается на 40 с. Поверхность утюга при этом нагревается до  $100^{\circ}\text{C}$  (и температура слабо изменяется при включении – выключении нагревателя из-за инерционности теплопередачи). Если терморегулятор поставить в положение «хлопок», то нагреватель будет включаться на 20 с и выключаться на 30 с.

Определить установившуюся температуру поверхности утюга в этом положении. Считать, что теплоот-

дача пропорциональна разности температур поверхности утюга и окружающего воздуха. Температура в комнате  $20^{\circ}\text{C}$ .

2. Для измерения отношения теплоёмкостей газа при постоянном давлении  $c_p$  и постоянном объёме  $c_v$  провели такой эксперимент. Газу, имеющему начальные объём и давление  $V_0$  и  $p_0$ , сообщили некоторое количество теплоты, поддерживая постоянным его давление. При этом его объём вырос до значения  $2V_0$ . Затем газ вернули в начальное состояние и сообщили ему то же количество теплоты, но в процессе при постоянном объёме, при этом его давление выросло до значения  $p_1$ . Найти по этим данным отношение теплоёмкостей  $c_p / c_v$ .

3. На прокатном стане заготовка, двигаясь по направляющим, подаёт-



ИНЖЕНЕР – С НОВА ЗВУЧИТ ГОРДО!

# ИНЖЕНЕРНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ



Воскресенье вышло напряженным и насыщенным, когда школьники в огромном зале школы имени академика С.П. Корнеева в Москве приступили к решению задач. Это школьники из 27 регионов России, в частности из Москвы и области, а также из Казахстана и Узбекистана. В этот день ребята решали задачи по физике, математике, информатике, химии, биологии, астрономии, географии, истории, литературе, иностранным языкам, рисованию и музыке. Кроме того, школьники участвовали в конкурсах по физике, математике, информатике, химии, биологии, астрономии, географии, истории, литературе, иностранным языкам, рисованию и музыке.

Важнейшей задачей, стоящей сегодня перед образовательной системой страны, является привлечение школьников к выбору инженерных образовательных траекторий, а в более общем плане – ориентации сформировавшегося поколения на науку и технику. Ведь сегодня выбирают физику как один из предметов для сдачи ЕГЭ (за исключением того, что хочет школьник – гуманитарий, юрист) и «экономику» не только не сдавая ЕГЭ по физике) на более 25% выпускников 11 класса.

Но при этом в последние годы наблюдается тенденция к снижению интереса к физике, химии, биологии, астрономии, географии, истории, литературе, иностранным языкам, рисованию и музыке. Это связано с тем, что в последние годы наблюдается тенденция к снижению интереса к физике, химии, биологии, астрономии, географии, истории, литературе, иностранным языкам, рисованию и музыке. Это связано с тем, что в последние годы наблюдается тенденция к снижению интереса к физике, химии, биологии, астрономии, географии, истории, литературе, иностранным языкам, рисованию и музыке.

Важнейшей задачей, стоящей сегодня перед образовательной системой страны, является привлечение школьников к выбору инженерных образовательных траекторий, а в более общем плане – ориентации сформировавшегося поколения на науку и технику. Ведь сегодня выбирают физику как один из предметов для сдачи ЕГЭ (за исключением того, что хочет школьник – гуманитарий, юрист) и «экономику» не только не сдавая ЕГЭ по физике) на более 25% выпускников 11 класса.

Важнейшей задачей, стоящей сегодня перед образовательной системой страны, является привлечение школьников к выбору инженерных образовательных траекторий, а в более общем плане – ориентации сформировавшегося поколения на науку и технику. Ведь сегодня выбирают физику как один из предметов для сдачи ЕГЭ (за исключением того, что хочет школьник – гуманитарий, юрист) и «экономику» не только не сдавая ЕГЭ по физике) на более 25% выпускников 11 класса.

Важнейшей задачей, стоящей сегодня перед образовательной системой страны, является привлечение школьников к выбору инженерных образовательных траекторий, а в более общем плане – ориентации сформировавшегося поколения на науку и технику. Ведь сегодня выбирают физику как один из предметов для сдачи ЕГЭ (за исключением того, что хочет школьник – гуманитарий, юрист) и «экономику» не только не сдавая ЕГЭ по физике) на более 25% выпускников 11 класса.

Важнейшей задачей, стоящей сегодня перед образовательной системой страны, является привлечение школьников к выбору инженерных образовательных траекторий, а в более общем плане – ориентации сформировавшегося поколения на науку и технику. Ведь сегодня выбирают физику как один из предметов для сдачи ЕГЭ (за исключением того, что хочет школьник – гуманитарий, юрист) и «экономику» не только не сдавая ЕГЭ по физике) на более 25% выпускников 11 класса.

Важнейшей задачей, стоящей сегодня перед образовательной системой страны, является привлечение школьников к выбору инженерных образовательных траекторий, а в более общем плане – ориентации сформировавшегося поколения на науку и технику. Ведь сегодня выбирают физику как один из предметов для сдачи ЕГЭ (за исключением того, что хочет школьник – гуманитарий, юрист) и «экономику» не только не сдавая ЕГЭ по физике) на более 25% выпускников 11 класса.

Инженерная олимпиада школьников

## Инженерная олимпиада школьников-2013/2014

Представлены задачи одного заключительного тура второй инженерной олимпиады школьников, проведённой силами пяти ведущих российских вузов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** абитуриенту, инженерная олимпиада, динамика, электростатика, электродинамика, термодинамика, МКТ, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», НИЯУ МИФИ, МГУПС (МИИТ), СГАУ

М.Е. БИШУЕВА, И.Ю. ЛЯХОВ  
(ИГТУ, Нижний Новгород),  
Б.Г. КОМАРОВ  
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург),  
С.Е. МУРАШЬЕВ  
semurashiev@mail.ru,  
В.И. СКРЫТНЫЙ  
viskrytny@maphi.ru (НИЯУ  
МИФИ, г. Москва),  
А.П. ПРУНЦЕВ  
(МГУПС (МИИТ), г. Москва),  
И.В. ЧУСТОВСКАЯ  
(СГАУ, г. Самара)

16 февраля 2014 г. в пяти ведущих инженерных вузах страны – Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ», Московском государственном университете путей сообщения (МИИТ), Нижегородском государственном техническом университете им. Р.Е. Алексеева, Самарском государственном аэрокосмическом университете им. С.П. Королёва (НИУ), Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете «ЛЭТИ» и на нескольких региональных площадках состоялся заключительный тур Инженерной олимпиады школьников-2014 г.<sup>1</sup> Эта олимпиада отличается от других предметных олимпиад нашей страны своей нестандартностью. Это олимпиада по физике, но непрерывной для школьников физике, по физике, которая «работает» вокруг нас, по физике, помогающей жить человечеству, другими словами, по инженерной физике.

### Задачи заключительного тура

1. Светофор создаёт автомобильную «пробку». При включении красного и зелёного сигнала на одинаковое время (время горения жёлтого мало) средняя (за несколько периодов включения/выключения светофора) скорость перемещения машин в «пробке» составила  $v = 1$  м/с. При этом скорость движения каждой машины (когда она ехала) составляла  $u = 6$  м/с. В чём причина отличия средней скорости перемещения машин в

«пробке» от половинной скорости их движения? Воспользуйтесь тем, что средняя скорость машины в «пробке» при увеличении скорости их движения в 2 раза? Считайте, что поток машин «не перемещается», все водители дисциплинированы и трогаются, когда стоящая впереди машина уже поехала; машины либо движутся со скоростью  $u$  (или  $2u$  во втором случае), либо стоят.

**Решение.** Отличие скорости перемещения машин в «пробке» от  $u/2$  («половина», поскольку половину времени светофор закрыт) связано с тем, что машины трогаются не одновременно. Каждая машина начинает движение после того, как машина впереди уже поехала, то есть с некоторой задержкой по времени по сравнению с предыдущей машиной. Это время задержки связано со многими причинами: реакция водителя, время включения коробки переключения передач, время разгона и так далее. Конечно, для каждого водителя и для каждой машины эта величина индивидуальна, но для расчёта средней скорости перемещения машин через перекрёсток можно взять среднее значение этой величины и считать, что после того как включается зелёный сигнал светофора, по «пробке» с определённой скоростью идёт «волна трогания» машин. Пусть скорость этой волны  $c$  (это значит, что машина, расположенная на расстоянии  $x$  от светофора, трогается через время  $x/c$  после включения зелёного сигнала), время горения жёлтого сигнала светофора  $\Delta t$ . Тогда время, за которое «волна трогания» успеет дойти до конца пробки длиной  $\Delta L$ , а последняя машина успеет проехать светофор, равно:

$$\frac{\Delta L}{c} + \frac{\Delta L}{u} = \Delta t,$$

где  $u$  – скорость машины. Отсюда находим, что средняя скорость машин в «пробке» равна

$$v = \frac{\Delta L}{2\Delta t} = \frac{cu}{2(c+u)}. \quad (1)$$

Из (1) находим

$$c = \frac{2uv}{u-2v}. \quad (2)$$

<sup>1</sup> Инженерная олимпиада велась в Перенёв олимпиада школьников-2013/2014 г. (год № 9), поэтому победители и призёры олимпиады получили значительные льготы при поступлении в вузы в 2014 г. Задам отборочного тура см. в № 12/2014.

<sup>2</sup> Здесь содержится очевидный частный случай: если  $c = \infty$  (машины трогаются одновременно), то  $v = u/2$ . И в то же время, что машины едут половину времени – время горения жёлтого сигнала, равно времени горения красного.



## Инженерная олимпиада школьников

В настоящее время широкое распространение получили предметные олимпиады школьников. Это, в частности, связано с тем, что победители и призёры предметных олимпиад могут получить весьма существенные льготы при поступлении в вузы. Все школьники это знают и стараются участвовать в максимально возможном количестве олимпиад. Поэтому ректоры пяти ведущих технических университетов нашей страны:

- Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ»,
  - Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ),
  - Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева,
  - Самарского государственного аэрокосмического университета (национального исследовательского университета)
  - Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ»
- решили, используя этот интерес, провести олимпиаду, которая позволила бы заинтересовать школьников инженерными направлениями обучения и мотивировать лучших из них к инженерному творчеству и инженерному образованию. Важной целью проведения такой олимпиады являлась демонстрация возможностей физики как основы современных технологий и (может быть) уменьшение огромного расстояния (особенно в головах школьников) между «школьной» физикой и физикой, «работающей» в современной технике.

Эту олимпиаду было решено назвать «Инженерной олимпиадой школьников». Проводится она в два тура – отборочный и заключительный – одновременно на базе всех вузов-организаторов и на региональных площадках, созданных вузами-организаторами (в Белгороде, Смоленске, Рязани, Дмитровграде, Сарове, Северске, Арзамасе, Байконуре). В отборочном туре олимпиады 2014 – 2015 учебного года приняли участие более 1500 школьников, к заключительному туру допущено около 350.

Задания Инженерной олимпиады школьников посвящены физике в технике, физике вокруг нас, физике в жизни человеческой цивилизации. Более конкретно – это прикладная механика, статика с простейшими расчётами статических инженерных конструкций, техническая термодинамика, электротехника, электроника, геометрическая оптика. И, конечно, задание не выходит за рамки школьной программы и, в принципе, решается лучшими школьниками. Но оно совсем непримитивно, необычно и, мы надеемся, интересно и красиво.

В будущем году мы обязательно продолжим проведение Инженерной олимпиады и приглашаем всех желающих принять в ней участие.



## Задание отборочного тура 2014 – 2015 года 9 – 10 класс

1. В инженерных расчётах давления газов или жидкостей используется множество разных единиц измерений. В русскоязычной литературе сейчас в основном используется паскаль ( $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ ), хотя иногда используются также миллиметры ртутного или водяного столба (как давление, оказываемое столбом соответствующей жидкости высотой 1 мм). В Британской инженерной системе единиц единицей измерения давления является фунт-сила на квадратный дюйм, которая определяется как давление тела массой 1 фунт (1 lbf), находящегося в стандартном гравитационном поле, на 1 квадратный дюйм ( $1 \text{ in}^2$ ) – эту единицу обозначают как  $\text{lbf/in}^2$  или  $\text{psi}$  – round-force per square inch. Найдите соотношение между единицами (с точностью до 4 значащих цифр): 1 мм рт. ст. = ...  $\text{lbf/in}^2$ , если

$$g = 9,8067 \text{ м/с}^2,$$

плотность ртути

$$\rho_{\text{рт}} = 13595 \text{ кг/м}^3,$$

$$1 \text{ дюйм (in)} = 2,54 \text{ см},$$

$$1 \text{ фунт (lb)} = 0,45359 \text{ кг}.$$

2. Имеется шесть кнопок-выключателей, которые могут замыкать-размыкать электрическую цепь. Выключатели включены в электрическую цепь вместе с лампочкой. Пока ни одна кнопка не нажата, лампочка не горит. При одновременном нажатии первой, второй и пятой кнопок лампочка загорается. Никакая другая комбинация нажатых кнопок лампочку не включает. Объясните, как работает такая цепь, и нарисуйте схему простейшей цепи, обладающей такими свойствами.

3. Детали, движущиеся по правому конвейеру, надо передать на левый конвейер, переворачивая их при этом «вверх ногами» (рис. 1). Предложите простейшее решение,

применив всего одно дополнительное устройство. Нарисуйте соответствующий чертёж.

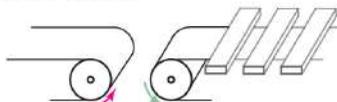


Рис. 1

4. При замыкании пальцами полюсов батарейки с напряжением 1,5 В действие тока практически не ощущается. Замыкание телом человека полюсов бытовой электрической сети с напряжением 220 В очень опасно. Рабочее напряжение на лампочке накаливания карманного фонарика 3 В, её номинальная мощность 1 Вт. Из большого количества последовательно соединённых лампочек собрали ёлочную гирлянду, которую включили в бытовую электрическую сеть. Затем одну лампочку вывернули из патрона и в этот патрон сунули палец. Каким будет действие тока – сильным или слабым? (Независимо от вашего ответа, делать этот опыт, чтобы проверить ответ экспериментально, на всякий случай, не нужно.) Сопротивление тела человека составляет 1 кОм.

5. На концах крыльев многих моделей самолётов есть небольшие дополнительные крылышки, которые называются винглеты (рис. 2). Объясните, каковы функции винглетов?



Рис. 2



## Заключительный тур Инженерной олимпиады школьников 2014 – 2015 учебного года Задание заключительного тура

Начиная с 2011 года, пять ведущих технических университетов нашей страны – Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, Самарский государственный аэрокосмический университет (национальный исследовательский университет) и Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» проводят «Инженерную олимпиаду школьников», задания которой связаны с физикой в технике, физикой в современных технологиях, физикой в жизни человека. В течение двух последних лет олимпиада входит во всероссийский перечень олимпиад школьников, что даёт возможность победителям и призёрам олимпиады получить значительные льготы при поступлении в вузы (лю-

бые, а не только вузы-организаторы олимпиады). Ниже приводится задание заключительного тура инженерной олимпиады школьников 2014 – 2015 учебного года.

В будущем году мы обязательно продолжим проведение Инженерной олимпиады и приглашаем всех желающих принять в ней участие. Следите за сайтами вузов-организаторов.



### Условия 9 – 10 класс

1. Для определения размеров используется точный измерительный прибор – штангенциркуль, который кроме основной шкалы имеет дополнительную подвижную шкалу – нониус, цена деления которой составляет 0,9 мм (рис. 1). Название – нониус – произошло от фамилии автора – португальского математика Нуниша (пи-

шется Nonius). Нониус позволяет измерять размеры с точностью 0,1 мм. Объясните, как это удаётся сделать.



Рис. 1

## Инженерная олимпиада школьников-2014/2015

Представлены задания отборочного тура III инженерной олимпиады школьников, проведенной силами пяти ведущих российских вузов. Проведён подробный разбор решений.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** абитуриент, инженерная олимпиада, динамика, электростатика, электродинамика, термодинамика, МКТ, НГТУ, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», НИЯУ МИФИ, МГУПС (МИИТ), СГАУ



**М.Е. БУШУЕВА**  
(НГТУ, Нижний Новгород),  
**Б.Г. КОМАРОВ**  
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург),  
**С.Е. МУРАВЬЕВ**  
semuraviev@mail.ru  
(НИЯУ МИФИ, г. Москва)  
**В.И. СКРЫТНЫЙ**  
viskrytnyj@nerphi.ru  
(НИЯУ МИФИ, г. Москва),  
**А.П. ПРУНЦЕВ**  
(МГУПС (МИИТ), г. Москва),  
**И.В. ЧОСТКОВСКАЯ**  
(СГАУ, г. Самара)

Для мотивации наиболее одаренных школьников к инженерному творчеству и инженерному образованию пять ведущих инженерных вузов страны – Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, Самарский государственный аэрокосмический университет (НИУ) и Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» проводят уже в третий раз инженерную олимпиаду школьников. Олимпиада позволяет заинтересовать школьников инженерными направлениями подготовки и «подтолкнуть» их к выбору инженерных образовательных траекторий. Проводится она в два тура (отборочный и заключительный) одновременно на базе вузов-организаторов и на региональных площадках. В 2014/2015 уч. г. отборочный тур проходил также в Белгороде, Смоленске, Рязани, Дмитровграде, Сарове, Северске, Араамасе, Байконуре. В нём приняли участие около 1500 школьников, к заключительному туру было допущено около 350.

Задания Инженерной олимпиады школьников посвящены физике в технике, физике вокруг нас, физике в жизни нашей цивилизации. В заданиях использованы элементы прикладной механики, статике с простейшими расчётами статических инженерных конструкций, технической термодинамику, электротехнику, электронику, геометрическую оптику. Ряд задач носят характер оценок, ряд задач посвящён работе конкретных инженерных систем («как это работает?»). Конечно, задание не выходит за рамки школьной программы и, в принципе, может быть решено школьниками. Но оно совсем непримитивно, необычно и, как мы надеемся, интересно и красиво. Нам кажется, что такой формат задания позволяет показать, что физика – основа современных технологий, позволяет хоть немного, но всё же сократить огромный разрыв между «школьной» физикой и физикой, «работающей» в современной технике, которой имеется в головах современных школьников.

Задания отборочного тура  
**9–10 классы**

1. В инженерных расчётах давления газов или жидкостей используется множество разных единиц физических величин. В русскоязычной литературе сейчас в основном используется паскаль (1 Па = 1 Н/м<sup>2</sup>), хотя иногда используются также миллиметры ртутного или водяного столба (давление, оказываемое столбом соответствующей жидкости).

В Британской инженерной системе единиц единиц давления является фунт-сила на квадратный дюйм, которая определяется как давление тела массой 1 фунт (1 lb), находящегося в стандартном гравитационном поле, на 1 квадратный дюйм (1 in<sup>2</sup>) – эту единицу обозначают *lbf/in<sup>2</sup>* или *psi (pound-force per square inch)*.

Найдите соотношение между единицами (с точностью до 4 значащих цифр): 1 мм рт. ст. – ... *lbf/in<sup>2</sup>*, если  $g = 9,8067 \text{ м/с}^2$ , плотность ртути  $\rho_{\text{рт}} = 13\,595 \text{ кг/м}^3$ , 1 дюйм (in) – 2,54 см, 1 фунт (lb) – 0,45359 кг.

**Решение.** Сначала найдём связь между паскалем и *pound-force per square inch (lbf/in<sup>2</sup> – psi)*:

$$1 \text{ psi} = \frac{1 \text{ lbf}}{1 \text{ in}^2} = \frac{0,45359 \text{ кг} \cdot 9,8067 \text{ м/с}^2}{2,54^2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2} = 6895 \text{ Па}.$$

С другой стороны:  
1 мм рт. ст. =  $\rho gh =$   
 $= 13\,595 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8067 \text{ м/с}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 133,32 \text{ Па}.$   
Отсюда находим, что

## Инженерная олимпиада школьников-2014/2015



Представлены задания заключительного тура III инженерной олимпиады школьников, проведённой силами пяти ведущих российских вузов.

Проведён подробный разбор решений. Задачи отборочного тура см. в № 9/2015.

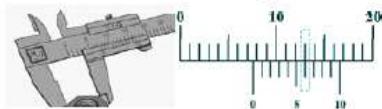
**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** абитуриент, инженерная олимпиада, динамика, электростатика, электродинамика, термодинамика, МКТ, НГТУ, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», НИЯУ МИФИ, МГУПС (МИИТ), СГАУ

**М.Е. БУШУЕВА**  
(НГТУ, Нижний Новгород),  
**Б.Г. КОМАРОВ**  
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург),  
**С.Е. МУРАВЬЕВ**  
semuraviev@mail.ru  
(НИЯУ МИФИ, г. Москва)  
**В.И. СКРЫТЫЙ**  
viskrytyi@mephi.ru  
(НИЯУ МИФИ, г. Москва),  
**А.П. ПРУНЦЕВ**  
(МГУПС (МИИТ), г. Москва),  
**И.В. ЧОСТКОВСКАЯ**  
(СГАУ, г. Самара)

рый кроме основной шкалы имеет дополнительную подвижную шкалу – нониус, цена деления которой составляет 0,9 мм. Название *нониус* произошло от фамилии автора – португальского математика Нуниша (*Nonius*). Нониус позволяет измерять размеры с точностью 0,1 мм\*. Объясните, как это удаётся сделать,



**Решение.** При измерении предмет зажимают между неподвижной и подвижной частями штангенциркуля. Если нуль шкалы нониуса при этом точно попал на миллиметровое деление основной шкалы, размер предмета равен целому числу миллиметров (показанию основной шкалы). Если размер предмета не равен целому числу миллиметров, то нуль шкалы нониуса попадёт между делениями основной шкалы. В этом случае и работает шкала нониуса, которая позволяет определить размер предмета с точностью до 0,1 мм. Это делается так. Поскольку цена деления шкалы нониуса равна 0,9 мм, то 10 делений шкалы нониуса (полная шкала) равны 9 мм, 9 делений шкалы нониуса – 8,1 мм, 8 делений шкалы – 7,2 мм, 7 делений – 6,3 мм, 6 делений – 5,4 мм, 5 делений – 4,5 мм, 4 деления – 3,6 мм, 3 деления – 2,7 мм, 2 деления – 1,8 мм, 1 деление – 0,9 мм. Поэтому если размер предмета равен целому числу миллиметров плюс 0,9 мм, расстояние от нуля шкалы нониуса до следующего миллиметрового деления основной шкалы будет равно 0,1 мм, и с одним из делений основной шкалы совпадёт девятое деление шкалы нониуса (поскольку оно находится от нуля шкалы нониуса на расстоянии 8,1 мм). Если размер предмета равен целому числу миллиметров плюс 0,8 мм, расстояние между нулём шкалы нониуса и следующим миллиметровым делением



\*Существует штангенциркуль, позволяющие измерять с точностью до 0,05 мм. – Ред.

Начиная с 2011 г., пять ведущих технических университетов нашей страны – Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексея, Самарский государственный аэрокосмический университет (национальный исследовательский университет) и Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» – проводят Инженерную олимпиаду школьников, задания которой связаны с физикой в технике, физикой в современных технологиях, физикой в жизни человека. В течение двух последних лет олимпиада входит во всероссийский перечень олимпиад школьников (под номером 9), что даёт возможность победителям и призёрам олимпиады получить значительные льготы при поступлении в вузы (любые, а не только вузы-организаторы олимпиады). Ниже приводится задание заключительного тура инженерной олимпиады школьников 2014/2015 уч. г.

В будущем году мы обязательно продолжим проведение Инженерной олимпиады, так что приглашаем всех желающих принять в ней участие. Следите за сайтами вузов-организаторов.

### Задания заключительного тура 9–10 классы

1. Для измерений размеров используется точный измерительный прибор – штангенциркуль, кото-

## Задачи по математике и физике

Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто на ее предложил. Разместить же все эти задачи публикуются впервые.

Решения задач из этого номера следует отправлять по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант». Решения задачи из этого номера желательно присылать в двух экземплярах (на случай, если один из экземпляров потеряется или будет поврежден). Решения задач по математике и физике можно присылать также по электронному адресу: kvant@yandex.ru и в рубрику «Квант» соответствующим образом.

Условия каждой оригинальной задачи, предоставляемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с Вашим решением этой задачи (на конверте написать: «Задачи «Кванта», новая задача по физике» или «Задачи «Кванта», новая задача по математике»).

В начале каждого номера просим указывать номер класса и класс, в котором Вы учитесь.

Задачи M2389-M2395 предлагались на XXXVI Турнире городов.

14

К В А Н Т · 2015/№4

**Ф2395.** Небольшой кубик массой  $m = 0,1$  г падает на тонкую спицу, вдоль которой он может перемещаться без трения (рис.2). Спицу жестко закрепляют над плоским вращающимся с угловой скоростью  $\omega = 9,1$  рад/с диском радиусом  $R = 10$  см так, что она находится на расстоянии  $h = 6$  см от центра диска, расположенного параллельно поверхности диска. Кубик прижат к диску силой  $F = 10$  Н, перпендикулярной плоскости диска. Коэффициент трения между кубиком и диском  $\mu = 0,3$ . В начальный момент кубик находится вблизи края диска. Через какое время кубик соскользнет с диска? Силой тяжести можно пренебречь.

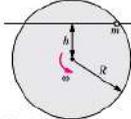


Рис.2

А.Бычков

**Ф2396.** В известной игре на гладкой горизонтальной поверхности сталкиваются две одинаковые по размерам (их радиусы равны  $R$ ) и по массе ( $M$ ) шашки, одна из которых до столкновения движется с угловой скоростью  $\omega = 2\pi$  рад/с относительно со скоростью  $2v$ . Прицельный параметр — минимальное расстояние между линиями, вдоль которой до столкновения движется центр одной из шашек, и центром второй шашки — равен  $h$  (при  $h < D$  шашки соударятся). Известно, что при  $h = 0$  во время столкновения шашки обмениваются скоростями, т.е. происходит абсолютно упругий удар. Коэффициент трения шашки с шашку равен  $\mu$ . Как зависят угловые скорости, приобретенные шашками после удара, от прицельного параметра  $h$ ? Какими будут скорости центров шашек после удара? Момент инерции шашки относительно вертикальной оси симметрии равен  $I$ .

В.Чагаев

**Ф2397.** В настоящее время в мире широко используются вислые мосты (рис.3). Несущая конструкция вис-



Рис.3

лого моста представляет собой гибкий элемент, его называют кабелем или цепью, закрепленный на прочных опорах — пилонах. Пролет моста подвешен к цепи на вертикальных тросах. Поскольку масса пролета много больше массы цепи, вертикальные тросы расположены близко друг к другу (цепь можно считать

плавной кривой), а их длины подбираются так, что силы натяжения всех тросов одинаковы. Найдите форму цепи, т.е. уравнение цепи в системе координат, изображенной на рисунке 4.

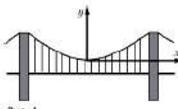


Рис.4

С.Мурашов

**Ф2398.** Две пластинки имеют одну и ту же длину  $L$ , ширину  $H$  и толщину  $d$ , причем  $L \gg H \gg d$ . Пластинки сделаны из разных металлов, склеены и образуют одну так называемую биметаллическую пластинку толщиной  $2d$ . Металлы имеют разные коэффициенты теплового расширения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  и разные модули Юнга  $E_1$  и  $E_2$ . При некоторой температуре, например комнатной, биметаллическая пластинка прямая, а при повышении температуры на  $\Delta T$  градусов она искривляется. До какой температуры нужно нагреть биметаллическую пластинку, чтобы она образовала кольцо?

С.Варламов

**Ф2399.** Определите собственное давление жидкой воды при температуре  $T$  °С, т.е. давление, которым молекулы воды перестали бы соударяться в колдовском равновесном состоянии. Для этого предположите, что сосуд с жесткими стенками был заполнен водой, а затем все молекулы воды перестали взаимодействовать друг с другом, уменьшившись до размеров точек и взаимодействуют только со стенками сосуда, отскакивая от них при абсолютно упругих ударах.

С.Бар

**Ф2400.** Тонкая диэлектрическая нить образует геометрическую фигуру, состоящую из полуокружности радиуса  $R$  и двух лучей (рис.5). Нить равномерно заряжена, заряд единицы длины нити равен  $\tau$ . Найдите напряженность электрического поля, создаваемого нитью в точке  $O$  (центр полуокружности).

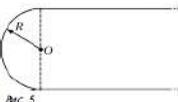


Рис.5

А.Бычков

**Ф2401.** В сеть (220 В, 50Гц) включена электрическая схема с двумя катушками индуктивности, двумя ключами и тремя идеальными приборами, показывающими эффективные значения параметров (рис.6). Когда ключ  $K_1$  нахо-

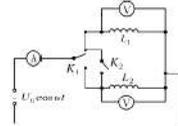


Рис.6

**Инженерная олимпиада школьников:  
идеи, задачи, решения**

*В помощь старшеклассникам*

Учебное пособие

Под редакцией С.Е. Муравьева

Редактор М.В. Макарова  
Оригинал-макет подготовлен М.В. Макаровой

Подписано в печать 05.05.2016. Формат 60x84 1/16  
Уч.-изд. л. 8,0. Печ. л. 8,0. Тираж 100 экз.  
Изд. № 002-1. Заказ № 82.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».  
Типография НИЯУ МИФИ.  
115409, Москва, Каширское ш., 31