



Задания, ответы и критерии оценивания

Задача 1 (15 баллов)

Семья едет на своей машине на дачу. Легковой автомобиль движется по дороге со скоростью 60 км/час. Известно, что расход топлива автомобиля (G_a) в таких условиях составляет 12 кг/час. Сколько потребуется топлива (Q_a) для поездки на дачу, если она расположена в 40 км от города?

Ответ: $Q_a = 8,0$ кг топлива.

Решение:

1. Топливо, необходимое для поездки на дачу, можно найти из выражения:

$$Q_a = G_a t, \quad (1)$$

где Q_a – количество топлива, необходимое для поездки на дачу (кг); G_a – часовой расход топлива автомобилем (кг/час); t – время, необходимое для поездки на дачу (час).

2. Время, необходимое для поездки на дачу, находим из выражения:

$$t = \frac{S_a}{V_a}, \quad (2)$$

где t – время, необходимое для поездки на дачу (час); S_a – расстояние до дачи (км); V_a – скорость автомобиля (км/час).

3. Топливо, необходимое для поездки на дачу, найдем, подставив выражение (2) в (1).

Получаем:

$$Q_a = G_a \frac{S_a}{V_a} = 12 \frac{40}{60} = 8,0 \text{ (кг)} \quad (3)$$

Задача 2 (20 баллов)

Про легковой автомобиль известно, что его трансмиссия имеет передаточное число $i = 4,2$, а радиус качения колеса $R_k = 0,33$ м. Сколько оборотов сделает коленчатый вал двигателя, если автомобиль проедет путь (S_a), равный 0,5 км?

Ответ: $n_{дв} = 1013$ оборотов.

Решение:

1. Число оборотов двигателя при преодолении автомобилем расстояния S_a можно определить из выражения:

$$n_{дв} = n_k \cdot i_{тр}, \quad (1)$$

где $n_{дв}$ – число оборотов коленчатого вала двигателя при преодолении автомобилем расстояния S_a ; n_k – число оборотов колеса автомобиля при преодолении им пути S_a ; $i_{тр}$ – передаточное отношение трансмиссии автомобиля.

2. Число оборотов колеса автомобиля при преодолении им пути S_a можно определить из выражения:

$$n_k = \frac{S_a}{S_k}, \quad (2)$$

где n_k – число оборотов колеса автомобиля при преодолении пути S_a ; S_k – путь, проходимый автомобилем за один оборот колеса.

3. Путь, который проходит автомобиль за 1 оборот колеса, определим из выражения:

$$S_k = 2\pi R_k, \quad (3)$$

где S_k – путь, проходимый автомобилем за один оборот колеса; $\pi = 3,14$; R_k – радиус качения колеса.

4. Подставим в выражение (1) выражения (2) и (3):

$$n_{дв} = \frac{S_a}{2\pi R_k} \cdot i_{тр} \quad (4)$$

5. Подставив в выражение (4) числовые значения из условия задачи, находим число оборотов двигателя при преодолении автомобилем расстояния S_a :

$$n_{дв} = \frac{500}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,33} \cdot 4,2 = 1013 \text{ (об)} \quad (5)$$

Задача 3 (25 баллов)

Легковой автомобиль движется по дороге с постоянной скоростью. Дорога имеет коэффициент сопротивления качению $f = 0,016$. Как надо изменить вес автомобиля, чтобы он мог двигаться с той же скоростью по дороге, имеющей коэффициент сопротивления качению $f = 0,027$? Двигатель автомобиля в обоих случаях развивает одну и ту же мощность.

Ответ: вес автомобиля уменьшится до $0,59G_{a1}$.

Решение:

1. Пользуясь пояснением к задачам 3,4, запишем выражение для определения затрат мощности двигателя автомобиля на преодоление дорожных сопротивлений первой дороги:

$$N_{f1} = G_{a1} \cdot \cos\alpha_1 \cdot f_1 \cdot V_a, \quad (1)$$

где N_{f1} – затраты мощности двигателя автомобиля на преодоление дорожных сопротивлений первой дороги; G_{a1} – вес автомобиля, движущегося по первой дороге;

f_1 – коэффициент сопротивления качению первой дороги; α_1 – угол подъема первой дороги;

V_a – скорость автомобиля.

2. Запишем выражение для определения затрат мощности двигателя автомобиля на преодоление дорожных сопротивлений второй дороги:

$$N_{f2} = G_{a2} \cdot \cos\alpha_2 \cdot f_2 \cdot V_a, \quad (2)$$

где N_{f2} – затраты мощности двигателя автомобиля на преодоление дорожных сопротивлений второй дороги; G_{a2} – вес автомобиля, движущегося по второй дороге;

f_2 – коэффициент сопротивления качению второй дороги; α_2 – угол подъема первой дороги;

V_a – скорость автомобиля.

3. Из условия задачи известно, что мощность, развиваемая двигателем при движении на обеих дорогах, одинакова. Учитывая это условие, можно записать:

$$\begin{aligned} N_{f1} &= N_{f2}; \\ G_{a1} \cdot \cos\alpha_1 \cdot f_1 \cdot V_a &= G_{a2} \cdot \cos\alpha_2 \cdot f_2 \cdot V_a \end{aligned} \quad (3)$$

4. Из условия задачи известна, что скорость автомобиля остается неизменной ($V_a = \text{const}$), угол подъема дороги не меняется. Учитывая эти условия, после сокращения получаем:

$$G_{a1}f_1 = G_{a2}f_2 \quad (4)$$

5. Преобразуем выражение (4) относительно величины веса автомобиля (G_{a2}), движущегося по второй дороге:

$$G_{a2} = G_{a1} \frac{f_1}{f_2} = G_{a1} \frac{0,016}{0,027} = 0,59G_{a1} \quad (5)$$

Задача 4 (25 баллов)

Определите, как изменится мощность, необходимая для преодоления сопротивления воздуха, если скорость автомобиля увеличится с 50 до 63 км/час.

Ответ: мощность на преодоление сопротивлений воздуха увеличится в 2 раза.

Решение:

1. Пользуясь пояснением к задачам, запишем выражение для определения затрат мощности двигателя автомобиля на преодоление сопротивления воздуха в первом случае, когда скорость автомобиля равна 50 км/ч:

$$N_{w1} = kFV_{a1}^3, \quad (1)$$

где N_{w1} – затраты мощности двигателя автомобиля на преодоление сопротивления воздуха в первом случае (при скорости автомобиля 50 км/ч); k – коэффициент обтекаемости автомобиля; F – площадь поперечного сечения автомобиля; V_{a1} – скорость автомобиля в первом случае.

2. Пользуясь пояснением к задачам, запишем выражение для определения затрат мощности двигателя автомобиля на преодоление сопротивления воздуха во втором случае, когда скорость автомобиля равна 63 км/ч:

$$N_{w2} = kFV_{a2}^3, \quad (2)$$

где N_{w2} – затраты мощности двигателя автомобиля на преодоление сопротивления воздуха во втором случае (при скорости автомобиля 63 км/ч); k – коэффициент обтекаемости автомобиля; F – площадь поперечного сечения автомобиля; V_{a2} – скорость автомобиля во втором случае.

3. Найдем отношение затрат мощностей двигателя автомобиля на преодоление сопротивлений воздуха в первом (скорость равна 50 км/ч) и во втором (скорость равна 63 км/ч) случаях:

$$\frac{N_{w2}}{N_{w1}} = \frac{kFV_{a2}^3}{kFV_{a1}^3} \quad (3)$$

4. Учитывая, что в обоих случаях автомобиль один и тот же, параметры коэффициента обтекаемости автомобиля и площади лобового сечения автомобиля можно сократить, получим:

$$\frac{N_{w2}}{N_{w1}} = \frac{V_{a2}^3}{V_{a1}^3} = \frac{63^3}{50^3} \approx 2 \quad (4)$$

Задача 5 (15 баллов)

При движении автомобиля, имеющего двигатель мощностью 125 кВт, потери в трансмиссии составляют 15 кВт. Определите КПД трансмиссии автомобиля.

Ответ: $\eta_{\text{тр}} = 0,88$ или 88 %.

Решение:

1. Запишем уравнение мощностного баланса для автомобиля:

$$N_d = N_{тр} + N_k, \quad (1)$$

где N_d – мощность двигателя; $N_{тр}$ – мощность потерь в трансмиссии; N_k – мощность на ведущих колесах автомобиля.

2. Для величины $N_{тр}$ уравнение (1) можно представить в следующем виде:

$$N_{тр} = N_d - N_k = N_d - N_d \cdot \eta_{тр}, \quad (2)$$

где $\eta_{тр}$ – к.п.д. трансмиссии.

3. Преобразуем выражение (2) относительно искомой величины $\eta_{тр}$ КПД трансмиссии:

$$N_d \eta_{тр} = N_d - N_{тр} \quad (3)$$

Отсюда:

$$\eta_{тр} = \frac{(N_d - N_{тр})}{N_d} \quad (4)$$

4. Подставим в выражение (4) числовые значения из условий задачи:

$$\eta_{тр} = \frac{125 - 15}{125} = 0,88 \quad (5)$$

Пояснение к задачам

1. Из теории автомобиля известно, что мощность двигателя, расходуемая на преодоление силы сопротивления качению, определяется по формуле: $N_f = P_f V_a = G_a f \cos \alpha$, (1)
где N_f – мощность двигателя, расходуемая на преодоление силы сопротивления качению;
 P_f – сила сопротивления качению; V_a – скорость автомобиля; G_a – вес автомобиля;
 f – коэффициент сопротивления качению; α – угол подъема дороги.

Мощность двигателя, расходуемая на преодоление силы сопротивления воздуха, определяется по формуле: $N_w = P_w V_a = k F_a V_a^3$, (2)
где N_w – мощность двигателя, расходуемая на преодоление силы сопротивления воздуха;
 P_w – сила сопротивления воздуха; V_a – скорость автомобиля; k – коэффициент обтекаемости автомобиля; F_a – площадь поперечного сечения автомобиля.

2. Коэффициент полезного действия трансмиссии: $\eta_{тр} = \frac{N_k}{N_{дв}}$, (3)

где $\eta_{тр}$ – коэффициент полезного действия трансмиссии; N_k – мощность на колесах автомобиля; $N_{дв}$ – мощность двигателя.

3. Передаточное число трансмиссии можно определить через выражение: $i_{тр} = \frac{w_1}{w_2}$,

где: $i_{тр}$ – передаточное число трансмиссии; w_1 – угловая скорость ведущего вала (коленчатого вала двигателя); w_2 – угловая скорость ведомого вала (колеса).

Не забывайте приводить все исходные данные к единой системе размерности.



Задача 1 (15 баллов)

Автомобиль движется по улицам города со скоростью $V_a = 47$ км/ч. Число оборотов коленчатого вала двигателя ($n_{дв}$) при этом, согласно показателям тахометра, равно 2000 об/мин. Известно, что передаточное число трансмиссии ($i_{тр}$) равно 6,67.

Определите радиус качения ведущего колеса автомобиля ($R_{вк}$).

Ответ: радиус качения ведущего колеса автомобиля $R_{вк} = 0,416$ м.

Решение:

1. Скорость автомобиля можно найти из выражения (1):

$$V_a = 2\pi R_{вк} \cdot \frac{n_{дв}}{i_{тр}}, \quad (1)$$

где V_a – скорость автомобиля; $\pi = 3,14$; $R_{вк}$ – радиус качения ведущего колеса автомобиля; $n_{дв}$ – число оборотов двигателя; $i_{тр}$ – передаточное число трансмиссии.

2. Преобразуем выражение (1) относительно величины радиуса качения ведущего колеса автомобиля $R_{вк}$:

$$R_{вк} = \frac{V_a \cdot i_{тр}}{2\pi n_{дв}} \quad (2)$$

где $R_{вк}$ – радиус качения ведущего колеса автомобиля.

3. Подставим в выражение (2) данные в условиях задачи числовые значения, учтем при этом, что $V_a = 47$ км/ч = 783,3 м/мин.

$$R_{вк} = \frac{783,3 \cdot 6,67}{2 \cdot 3,14 \cdot 2000} = 0,416 \text{ (м)} \quad (3)$$

Задача 2 (20 баллов)

При каком угле подъема дороги сила сопротивления качению автомобиля будет равна силе сопротивления подъему автомобиля?

Ответ: угол подъема дороги $\alpha = \text{arctg}f$.

Решение:

1. Из пояснения к задачам известно, что сила сопротивления качению автомобиля определяется из выражения:

$$P_f = G_a f \cos \alpha, \quad (1)$$

где P_f – сила сопротивления качению автомобиля; G_a – вес автомобиля; f – коэффициент сопротивления качению, α – угол подъема дороги.

2. Из пояснения к задачам известно, что сила сопротивления подъему автомобиля определяется из выражения:

$$P_\alpha = G_a \sin \alpha, \quad (2)$$

где P_α – сила сопротивления подъему автомобиля; G_a – вес автомобиля; α – угол подъема дороги.

3. Приравняем силу сопротивления качению автомобиля и силу сопротивления подъему автомобиля:

$$\begin{aligned} P_f &= P_\alpha; \\ G_a f \cos \alpha &= G_a \sin \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

4. Из выражения (3) найдем величину коэффициента сопротивления качению автомобиля.

$$f = \frac{G_a \sin \alpha}{G_a \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \quad (4)$$

5. Из выражения (4) найдем значение угла подъема дороги, при котором сила сопротивления качению будет равна силе сопротивления подъему автомобиля.

$$\alpha = \operatorname{arctg} f \quad (5)$$

Задача 3 (15 баллов)

Автомобиль движется по загородному шоссе со скоростью $V_a = 90$ км/ч. Частота вращения коленчатого вала двигателя, согласно показаниям тахометра, составляет $n_{\text{дв}} = 3200$ об/мин. Известно, что на автомобиле установлены колеса, имеющие радиус качения ($R_{\text{вк}}$) 0,38 м. Определите передаточное число трансмиссии автомобиля.

Ответ: передаточное число автомобиля $i_{\text{тр}} = 5,1$.

Решение:

1. Скорость автомобиля можно найти из выражения (1):

$$V_a = 2\pi R_{\text{вк}} \cdot \frac{n_{\text{дв}}}{i_{\text{тр}}}, \quad (1)$$

где V_a – скорость автомобиля; $\pi = 3,14$; $R_{\text{вк}}$ – радиус качения ведущего колеса автомобиля; $n_{\text{дв}}$ – число оборотов двигателя; $i_{\text{тр}}$ – передаточное число трансмиссии.

2. Преобразуем выражение (1) относительно величины передаточного числа трансмиссии автомобиля $i_{\text{тр}}$:

$$i_{\text{тр}} = \frac{2\pi R_{\text{вк}} n_{\text{дв}}}{V_a} \quad (2)$$

3. Подставим в выражение (2) числовые значения параметров, данные в условиях задачи, учтем при этом, что $V_a = 90$ км/ч = 1500 м/мин.

$$i_{\text{тр}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,38 \cdot 3200}{1500} = 5,1 \quad (2)$$

Задача 4 (30 баллов)

Мощность, затрачиваемая карьерным самосвалом массой 48 000 кг на преодоление силы сопротивления качению при движении по горизонтальной дороге со скоростью $V_a = 18$ км/ч, равна $N_k = 82,4$ кВт. Определите угол склона, при котором сила дорожного сопротивления будет равна нулю.

Ответ: угол склона дороги $\alpha \approx 2^\circ$.

Решение:

1. Из пояснения к задачам известно, что при движении автомобиля на склоне, общую силу дорожного сопротивления автомобилю можно определить из выражения:

$$P_\psi = P_f \pm P_\alpha, \quad (1)$$

где P_{ψ} – сила дорожного сопротивления движению автомобиля, P_f – сила сопротивления качению автомобиля; P_{α} – сила сопротивления подъему автомобиля.

Учтем, что знак «+» перед силой сопротивления подъему автомобиля берется в тех случаях, когда автомобиль движется на подъеме, знак «-» – когда автомобиль движется на спуске (по склону).

2. Преобразуем выражение (1) для случая, когда сила дорожного сопротивления при движении на склоне будет равна нулю:

$$P_f = P_{\alpha} \quad (2)$$

3. Из пояснения к задачам известно, что сила сопротивления качению автомобиля определяется из выражения:

$$P_f = G_a f \cos \alpha, \quad (3)$$

где P_f – сила сопротивления качению автомобиля; G_a – вес автомобиля; f – коэффициент сопротивления качению; α – угол подъема дороги.

4. Из пояснения к задачам известно, что сила сопротивления подъему автомобиля определяется из выражения:

$$P_{\alpha} = G_a \sin \alpha, \quad (4)$$

где P_{α} – сила сопротивления подъему автомобиля; G_a – вес автомобиля; α – угол подъема дороги.

5. Подставим в выражение (2) величины из выражений (3) и (4).

$$G_a f \cos \alpha = G_a \sin \alpha \quad (5)$$

6. Преобразуем выражение (5) относительно величины угла склона дороги:

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{G_a f}{G_a} = f \quad (6)$$

7. Для нахождения величины f учтем, что мощность, затрачиваемая на преодоление силы сопротивления качению автомобиля, определяется из выражения:

$$N_f = P_f V_a = G_a f \cos \alpha \cdot V_a, \quad (7)$$

где N_f – мощность, затрачиваемая на преодоление силы сопротивления качению автомобиля; P_f – сила сопротивления качению автомобиля; V_a – скорость движения автомобиля; G_a – вес автомобиля; f – коэффициент сопротивления качению; α – угол подъема дороги.

8. Преобразуем выражение (7) относительно величины f – коэффициента сопротивления качению, при этом учтем, что автомобиль едет по горизонтальной дороге, то есть $\alpha = 0$:

$$f = \frac{N_f}{G_a V_a} \quad (8)$$

9. Подставим в выражение (8) числовые значения из условий задачи, при этом учтем, что $18 \text{ км/ч} = 5 \text{ м/с}$:

$$f = \frac{82400}{480000 \cdot 5} = 0,034 \quad (9)$$

10. Подставим полученное значение f в выражение (6):

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,034; \quad (10)$$
$$\alpha \approx 2^{\circ}$$

Задача 5 (20 баллов)

Легковой автомобиль массой 1040 кг на загородной дороге преодолевает подъем на скорости 72 км/ч. Известно, что на преодоление подъема автомобиль затрачивает мощность 16,3 кВт. Определите угол подъема дороги, который преодолевает автомобиль.

Ответ: угол подъема дороги, который преодолевает автомобиль $\alpha \approx 5^\circ$.

Решение:

1. Из пояснений к задачам известно, что мощность, затрачиваемая на преодоление силы сопротивления подъему можно определить из выражения:

$$N_\alpha = P_\alpha V_\alpha, \quad (1)$$

где N_α – мощность, затрачиваемая на преодоление силы сопротивления подъему автомобиля; P_α – сила сопротивления подъему; V_α – скорость, с которой автомобиль преодолевает подъем.

2. Сила сопротивления подъему автомобиля определяется из выражения:

$$P_\alpha = G_\alpha \sin \alpha, \quad (2)$$

где P_α – сила сопротивления подъему автомобиля; G_α – вес автомобиля; α – угол подъема дороги.

3. Подставляем выражение (2) в выражение (1)

$$N_\alpha = G_\alpha \sin \alpha V_\alpha, \quad (3)$$

4. Преобразуем выражение (3) относительно величины угла подъема дороги:

$$\sin \alpha = \frac{N_\alpha}{G_\alpha V_\alpha}, \quad (4)$$

5. Подставим в выражение (4) числовые значения из условия задачи, учтем при этом, что 72 км/ч = 20 м/с:

$$\sin \alpha = \frac{16300}{10400 \cdot 20} = 0,078 \quad (5)$$

6. Угол подъема дороги, который преодолевает автомобиль

$$\alpha \approx 5^\circ$$

Пояснения к задачам

Из теории автомобиля известно:

1. Сила дорожного сопротивления определяется из выражения: $P_\psi = P_f \pm P_\alpha$, (1)

где P_ψ – сила дорожного сопротивления движению автомобиля; P_f – сила сопротивления качению автомобиля; P_α – сила сопротивления подъему автомобиля.

Знак «+» перед силой сопротивления подъему автомобиля берется в тех случаях, когда автомобиль движется на подъеме, знак «-» – когда автомобиль движется на спуске.

2. Сопротивление качению автомобиля определяется из выражения: $P_f = G_\alpha f \cos \alpha$, (2)

где P_f – сила сопротивления качению автомобиля; G_α – вес автомобиля; f – коэффициент сопротивления качению; α – угол подъема дороги.

3. Сила сопротивления подъему автомобиля определяется из выражения: $P_\alpha = G_\alpha \sin \alpha$, (3)

где P_α – сила сопротивления подъему автомобиля; G_α – вес автомобиля; α – угол подъема дороги.

4. Мощность, затрачиваемая на преодоление силы сопротивления качению автомобиля, определяется из выражения: $N_f = P_f V_a$, (4)
где N_f – мощность, затрачиваемая на преодоление силы сопротивления качению автомобиля;
 P_f – сила сопротивления качению автомобиля; V_a – скорость движения автомобиля.

5. Мощность, расходуемая на преодоление автомобилем подъема, определяется из выражения: $N_\alpha = P_\alpha V_a$, (5)
где N_α – мощность, расходуемая на преодоление автомобилем подъема; P_α – сила сопротивления подъему автомобиля; V_a – скорость движения автомобиля.

Не забывайте приводить все исходные данные задач к единой системе размерности.