Задания, ответы и критерии оценивания

Задача 1

При определении скорости вновь построенного судна последнее выполняет пробег вдоль мерной линии в двух взаимно противоположных направлениях. При этом оказалось, что время пробега в одном направлении равно t_1, а в противоположном – t_2. Длина мерной линии равна S. Определите скорость судна, полагая, что в районе испытаний имеется неизвестное, но постоянное по величине течение, параллельное берегу.

Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Скорость судна		20	

Ответ: $\boldsymbol{\vartheta = \frac{S}{2} \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_1 \cdot t_2}}$

Решение:

$S = (\vartheta + u)t_1$;

$S = (\vartheta - u)t_2$;

$S/t_1 = \vartheta + u$;

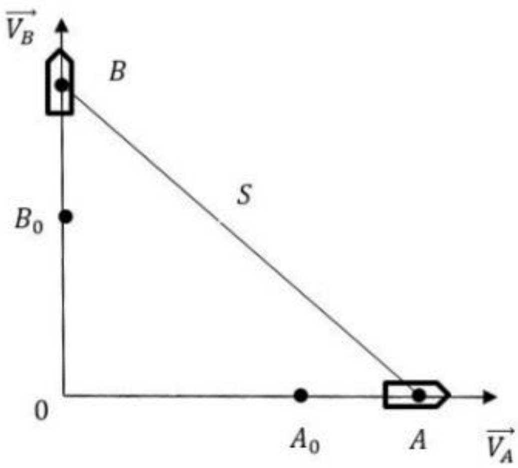
$S/t_2 = \vartheta - u$;

$2 \cdot \vartheta = S(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2})$;

$\vartheta = \frac{S}{2} \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_1 \cdot t_2}$.

Задача 2

Два судна A и B идут взаимно перпендикулярными курсами с постоянными скоростями, равными по величине 20 узлам (узел — единица скорости, равная одной морской миле в час). Определить закон изменения расстояния S между ними, если в начальный момент суда занимали положения A_0 и B_0, причем $OA_0 = OB_0 = 3$ мили.



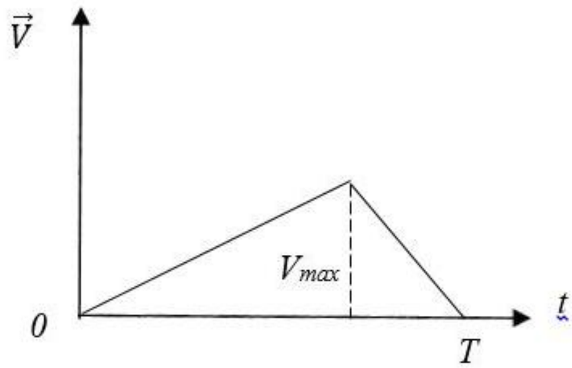
Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Закон изменения расстояния		20	

Ответ: S = $\sqrt{2}$ **(3+20t), миль (t – в часах).**

Решение:
Пусть l_0 = OA_0 = OB_0 =3 мили;
$S_1 = l_0 + \vartheta \cdot t$;
$S_2 = l_0 + \vartheta \cdot t$;
$S_1 = S_2$;
$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} = S_1\sqrt{2} = \sqrt{2}\,(l_0 + \vartheta \cdot t) = \sqrt{2}\,(3+20t)$.

<u>Задача 3</u>
Скорость катера задана графически. Определить его максимальную скорость, если он прошел расстояние s = 0,5 мили за время T = 2 мин. Ответ дать в узлах (узел - единица скорости, равная одной морской миле в час).



Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Максимальная скорость, узлов		15	

Ответ: 30 узлов.

Решение:
$S = \frac{1}{2}\,\vartheta_{max} t$;
$\vartheta_{max} = \frac{2S}{t} = \frac{2 \cdot 0{,}5}{1/30}$ = 30 узлов.

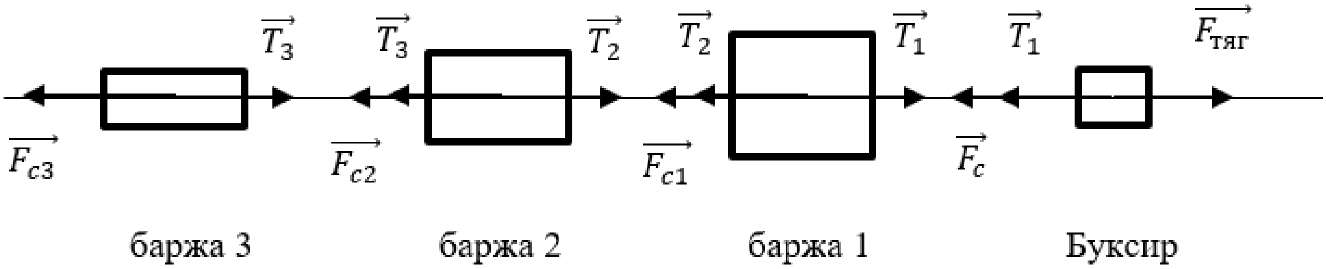
<u>Задача 4</u>
Буксир тянет три баржи различных размеров, следующие одна за другой. Сопротивление воды движению буксира равно 6 кН; сопротивление воды движению первой баржи — 60 кН, второй баржи — 40 кН и третьей — 20 кН. Имеющийся в распоряжении канат выдерживает безопасно растягивающую силу в 20 кН. Сколько канатов надо протянуть от буксира к первой барже, от первой ко второй и от второй к третьей, если движение — прямолинейное и равномерное? Найти силу тяги винта буксира.

Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Количество канатов к первой, второй и третьей баржам		30	
Сила тяги винта, кН			

Ответ: 126 кН, N_1=6 канатов, N_2=3 каната, N_3=1 канат.

Решение:



Баржа 3: $T_3 = F_{c3} = 20$ кН; $N_3 = \frac{T_3}{T_0} = \frac{20\text{ кН}}{20\text{ кН}} = 1$ канат;

Баржа 2: $T_2 = F_{c2} + T_3 = 40$ кН + 20 кН = 60 кН; $N_2 = \frac{T_2}{T_0} = \frac{60\text{ кН}}{20\text{ кН}} = 3$ каната;

Баржа 1: $T_1 = T_2 + F_{c1} = 60$ кН + 60 кН =120 кН; $N_1 = \frac{T_1}{T_0} = \frac{120\text{ кН}}{20\text{ кН}} = 6$ канатов;

$F_{тяг} = F_c + T_1 = 6$ кН + 120 кН = 126 кН.

<u>Задача 5</u>

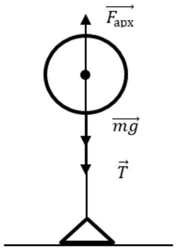
Подводный зонд массой 500 кг и объемом 0,7 м^3 удерживается под водой с помощью троса, прикрепленного к якорю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на зонд. Определите силу натяжения троса. Плотность воды 1030 кг/м^3. Ускорение свободного падения 9,8 м/с^2.

Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Сила тяжести троса, Н		15	

Ответ: 2166 Н.

Решение:



$F_{арх} = mg + T$;

$T = F_{арх} - mg$;

$T = \rho_в V g - mg$;

$T = 9,8\ (1030 \cdot 0,7 - 500) = 221 \cdot 9,8 = 2165,8 \approx 2166$ Н.

<u>Задача 1</u>

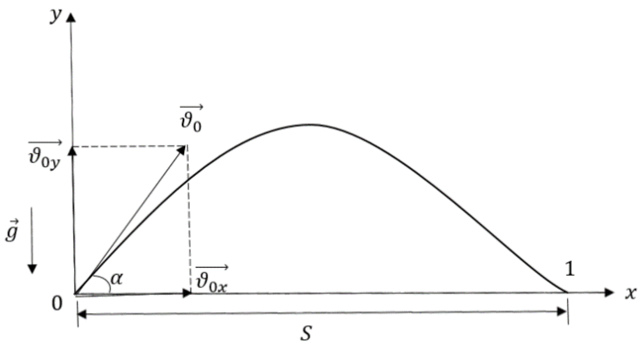
Брандспойт имеет расход воды q м^3/с. Площадь отверстия брандспойта равна σ м^2. Под каким углом α следует направить струю, чтобы она падала на расстоянии s метров? Указание: считать, что капли воды летят независимо друг от друга с ускорением свободного падения. Начальную скорость определить исходя из расхода.

Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Угол направления струи		20	

Ответ:$\boldsymbol{\alpha = arcsin(\frac{1}{2}\frac{S\,\sigma^2 g}{q^2})}$ **.**

Решение:



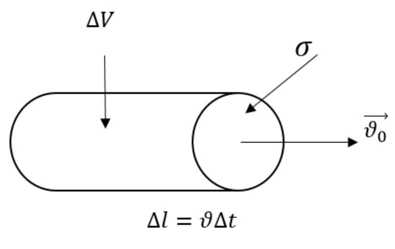
$x = \vartheta_{0x}t;\ x_1 = S;$

$y = \vartheta_{0y}t - \frac{gt^2}{2};\ y_1 = 0;$

$0 = t_1(\vartheta_{0y}t - \frac{gt_1^2}{2});$

$t_1 = \frac{2\vartheta_{0y}}{g};$

$S = x_1 = \vartheta_{0x}t_1 = \frac{2\vartheta_{0x}\vartheta_{0y}}{g} = \frac{\vartheta_0^2\, 2\, sin\alpha\, cos\alpha}{g} = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g};$



$q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\sigma\,\Delta l}{\Delta t} = \sigma\,\vartheta_0;$

$\vartheta_0 = \frac{q}{\sigma};$

$S = \frac{q^2}{\sigma^2} \cdot \frac{\sin 2\alpha}{g}$

$\sin 2\alpha = \frac{S\,\sigma^2\, g}{q^2};$

$\alpha = \arcsin(\frac{1}{2}\frac{\mathrm{S}\,\sigma^2 g}{\mathrm{q}^2});$

<u>Задача 2</u>

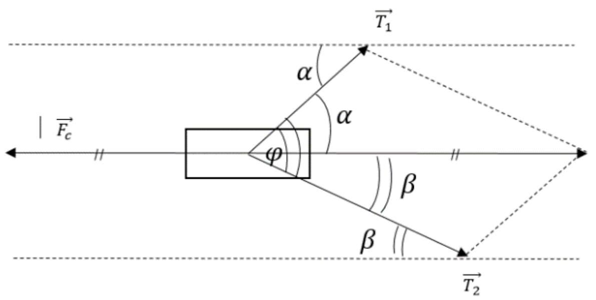
Два тягача, идущих по берегам прямого канала с постоянной скоростью, тянут баржу при помощи двух канатов. Силы натяжения канатов равны 80 кН и 96 кН; угол между ними равен 60°. Найти сопротивление воды F_c, испытываемое баржой при ее движении, и углы, которые должны составлять канаты с берегами канала, если баржа движется параллельно берегам.

Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Сопротивление воды, Н.		20	
Углы, которые должны составлять канаты с берегами канала, град.			

Ответ: F_c = 153 Н, $\alpha = 33°, \beta = 27°$.

Решение:



$\varphi = \alpha + \beta$;

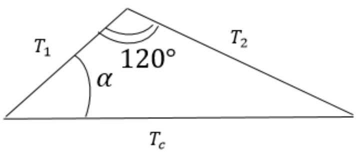
$\overrightarrow{F_c} + \overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T_2} = 0$;

По теореме косинусов:

$F_c = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 - 2T_1T_2\cos(180° - \varphi)} =$

$= \sqrt{80^2 + 96^2 - 2 \cdot 80 \cdot 96 \cdot \cos(120°)} =$

$= \sqrt{80^2 + 96^2 + 80 \cdot 96}$ = 152,6 кН ≈ 153 кН.



По теореме синусов:

$\frac{T_2}{\sin\alpha} = \frac{F_c}{\sin 120°}$;

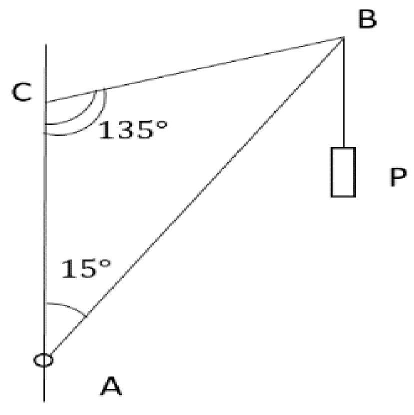
$\sin\alpha = \frac{T_2 \sin 120°}{F_c}$;

$\sin\alpha = 0{,}544$; $\alpha = 33°$.

$\beta = \varphi - \alpha = 27°$.

Задача 3

Мачтовый кран состоит из стрелы АВ, прикрепленной шарниром А к мачте, и цепи СВ. К концу В стрелы подвешен груз Р = 2 кН; углы ВАС =15°, АСВ=135°. Определить силу натяжения цепи СВ и силу, действующую в стреле АВ.

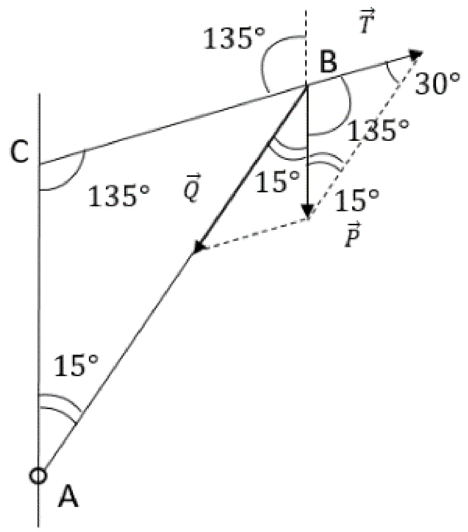


Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Сила натяжения цепи СВ, кН.		15	
Сила, действующую в стреле АВ, кН.			

Ответ: T=1035 кН, Q =2828 кН.

Решение:



$\vec{P} = \vec{Q} + \vec{T}$;

По теореме синусов:

$\frac{P}{\sin 30°} = \frac{T}{\sin 15°}$;

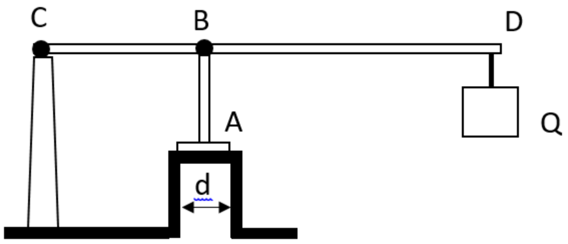
T= $\frac{P \sin 15°}{\sin 30°}$ = 4 sin 15° = 1035 кН;

$\frac{Q}{\sin 135°} = \frac{P}{\sin 30°}$;

Q = $\frac{P \sin 135°}{\sin 30°}$ = 4 sin 135° = 2828 кН.

Задача 4 (15 баллов)

Предохранительный клапан A судового парового котла соединен стержнем AB с однородным рычагом CD длиной 50 см и массой 1 кг, который может вращаться вокруг неподвижной оси C; диаметр клапана d = 6 см, плечо BC= 7 см. Какой груз Q нужно подвесить к концу D рычага для того, чтобы клапан сам открывался при давлении в котле, равном 11 атм (следует считать 1 атм=10 Н/см2)?

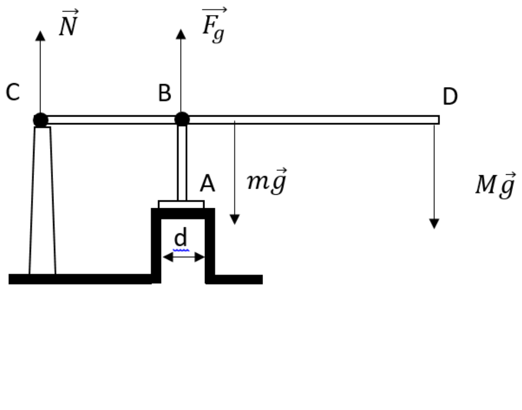


Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Масса груза, кг.		15	

Ответ: 43 кг.

Решение:



Уравнение моментов относительно точки C:

$F_д \cdot CB$= mg$\frac{CD}{2}$ + Mg· CD;

$F_д$= p · S = p $\frac{\pi d^2}{4}$ = 3,14· 11 · 10^5 $\frac{36 \cdot 10^{-4}}{4}$ = 3108,6Н ≈ ≈3109 Н;

M= $\frac{F_д \cdot CB - mg\frac{CD}{2}}{g \cdot CD}$ = $\frac{3109 \cdot 7 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 0,5}{10 \cdot 0,5}$ = 43,03 ≈ 43 кг.

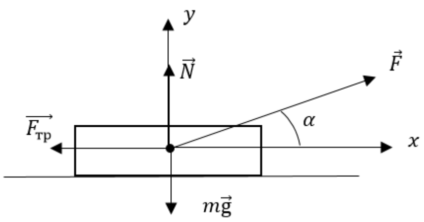
Задача 5

Морской контейнер массой m стоит на шероховатой горизонтальной палубе с коэффициентом трения μ. Определить, под каким углом α надо приложить силу F, чтобы сдвинуть контейнер при минимальном значении этой силы. Найти величину этой минимальной силы F_{min}.

Участнику на листе с ответами нужно нарисовать таблицу, приведенную ниже, и во вторую колонку вписать итоговый ответ. Решение и обоснование ответа дать ниже таблицы.

	Решение участника	Максимально возможная оценка	Оценка проверяющего
Угол приложения силы		30	
Величина минимальной силы			

Ответ: $\boldsymbol{\alpha = arctg\,\mu,\ \ F_{min} = \frac{\mu m g}{\sqrt{1+\mu^2}}}$.



Решение:

$\vec{F} + \vec{N} + \overrightarrow{F_{тр}} + m\vec{g} = 0;$

0x: $F\cos\alpha - F_{тр} = 0;$

0y: $F\sin\alpha + N - mg = 0;$

$F\cos\alpha - \mu N = 0;$

$N = mg - F\sin\alpha;$

$F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = 0;$

$F = \frac{\mu mg}{(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)};$

F минимальна, когда $F' = 0$.

$\left(\frac{\mu mg}{(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)}\right)' = 0;$

$\frac{-\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)^2} = 0;$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \mu; \quad \alpha = arctg\,\mu;$

$\vec{F}$ минимальна, если эта сила действует под углом $\alpha_0 = arctg\,\mu$.

$F_{min} = \frac{\mu mg}{(\cos\alpha_0 + \mu\sin\alpha_0)};$

$\mathrm{tg}\,\alpha_0 = \mu; \quad tg^2\,\alpha_0 + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha_0} = \mu^2 + 1;$

$\cos\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}};$

$\sin\alpha_0 = \sqrt{1 - cos^2\alpha_0} = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}};$

$F_{min} = \frac{\mu mg\sqrt{1+\mu^2}}{1+\mu^2} = \frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}.$