



**Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам**

6 класс

**Заключительный тур
Вариант 1**

2020-2021

1. (12 баллов) На электронных часах высвечивается время 13:00:07. Через какое минимальное число секунд все цифры на табло часов окажутся разными? Ответ обоснуйте.

2. (12 баллов) В понедельник в школьную библиотеку пришло 9 человек, во вторник – 8, в среду – 11, в четверг – 7, в пятницу – 10. Никто из учеников не был в библиотеке два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников побывало в библиотеке с понедельника по пятницу?

3. (13 баллов) Клетки таблицы 3×3 были заполнены нулями. Можно взять любой квадрат 2×2 и к числам, записанным в его клетках прибавить по единице. Петя выполнил несколько таких операций и получил новую таблицу. Вася стёр некоторые числа, получилась таблица:

7	12	
16		
9	10	

Восстановите числа, которые стёр Вася. Не забудьте объяснить, как получен ответ.

4. (13 баллов) Сколько месяцев в не високосном году может иметь ровно 4 четверга? В год, когда таких месяцев наименьшее число, какой день недели в старом Новом году – 14 января? (Не високосный год имеет 365 дней.)

5. (15 баллов) За десять минут расстояние между двумя пешеходами сократилось с 1000 до 200 метров. Какое расстояние будет между ними ещё через десять минут. Оба пешехода идут с постоянной скоростью, вдоль одной прямой, не меняя направления своего движения.

6. (15 баллов) Скорость автомобиля по пути из города в деревню оказалась в два раза больше его скорости при движении в обратном направлении. При этом средняя скорость за всё время движения оказалась равной 42 км/ч. Найдите скорость автомобиля при движении из города в деревню.

7. (10 баллов) Велосипедист 20 минут ехал со скоростью 18 км/ч, затем 600 секунд стоял на месте и отдыхал. После этого в течение часа шёл пешком со скоростью 3,6 км/ч. Определите его среднюю скорость.

8. (10 баллов) Аквариум в форме прямоугольного параллелепипеда имеет следующие размеры: длина – 3 м, ширина – 200 мм, высота – 80 см. Его заполняют водой со скоростью 2 литра в минуту. Через сколько минут после начала заполнения аквариума он окажется заполненным полностью?



1. (12 баллов) На электронных часах высвечивается время 23:11:15. Через какое минимальное число секунд все цифры на табло часов окажутся разными? Ответ обоснуйте.

2. (12 баллов) В понедельник в школьную библиотеку пришло 8 человек, во вторник – 9, в среду – 11, в четверг – 7, в пятницу – 11. Никто из учеников не был в библиотеке два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников побывало в библиотеке с понедельника по пятницу?

3. (13 баллов) Клетки таблицы 3×3 были заполнены нулями. Можно взять любой квадрат 2×2 и к числам, записанным в его клетках прибавить по единице. Петя выполнил несколько таких операций и получил новую таблицу. Вася стёр некоторые числа, получилась таблица:

5	14	
16		
11	13	

Восстановите числа, которые стёр Вася. Не забудьте объяснить, как получен ответ.

4. (13 баллов) Сколько месяцев в не високосном году может иметь ровно 5 пятниц? В год, когда таких месяцев наибольшее число, какой день недели в Рождество – 7 января? (Не високосный год имеет 365 дней).

5. (15 баллов) За пять минут расстояние между двумя пешеходами сократилось с 400 до 100 метров. Какое расстояние будет между ними ещё через пять минут. Оба пешехода идут с постоянной скоростью, вдоль одной прямой, не меняя направления своего движения.

6. (15 баллов) Скорость автомобиля по пути из города в деревню оказалась в три раза больше его скорости при движении в обратном направлении. При этом средняя скорость за всё время движения оказалась равной 36 км/ч. Найдите скорость автомобиля при движении из города в деревню.

7. (10 баллов) Велосипедист 1200 секунд ехал со скоростью 9 км/ч, затем 10 минут стоял на месте и отдыхал. После этого в течение полутора часов шёл пешком со скоростью 3,6 км/ч. Определите его среднюю скорость.

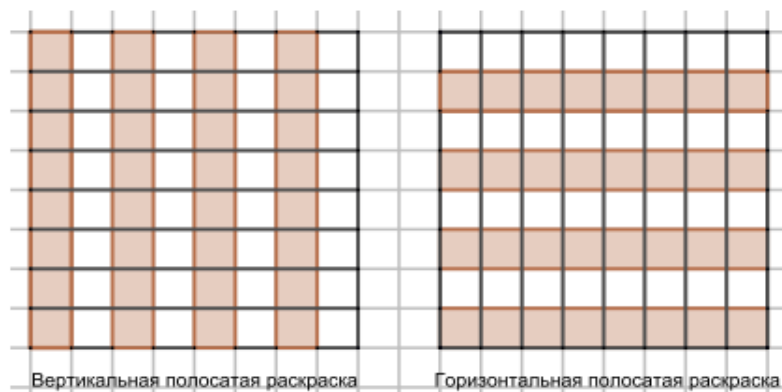
8. (10 баллов) Аквариум в форме прямоугольного параллелепипеда имеет следующие размеры: длина – 1,5 м, ширина – 400 мм, высота – 60 см. Его заполняют водой со скоростью 3 литра в минуту. Через сколько минут после начала заполнения аквариума он окажется заполненным полностью?



1. (12 баллов) На городской ратуше имеются два колокола, которые бьют каждый час в течение одной минуты. Колокола начинают бить одновременно. Интервалы между ударами для этих колоколов соответственно составляют $\frac{4}{3}$ секунды и $\frac{5}{3}$ секунды. Совпавшие по времени удары воспринимаются как один. Сколько ударов туристы услышат за одну минуту, включая первый и последний?

2. (12 баллов) В понедельник в школьную библиотеку пришло 9 человек, во вторник – 8, в среду – 11, в четверг – 7, в пятницу – 10. Никто из учеников не был в библиотеке два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников побывало в библиотеке с понедельника по пятницу?

3. (13 баллов) Клетки шахматной доски покрашены в чёрный и белый цвет. Допустима операция: любые три клетки, образующие уголок из трёх клеток, можно перекрасить в противоположный цвет. Можно ли с помощью таких операций перейти от горизонтальной полосатой раскраски к вертикальной полосатой раскраске?

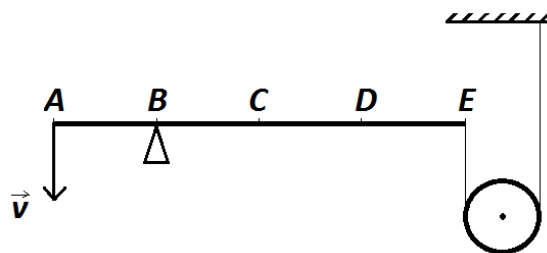


4. (13 баллов) Некоторое пятизначное число, записанное различными цифрами, умножили на 4. В результате получилось число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число, если известно, что его последняя цифра 8.

5. (15 баллов) Грузоподъёмность нефтяного танкера 14310 тонн. Нефть загружают на танкер со скоростью 1500 баррелей в минуту. Плотность нефти $0,9 \text{ г/см}^3$. Сколько времени займёт полная загрузка танкера? Один баррель равен 159 литрам.

6. (10 баллов) Если Вася отправился в гости к другу на велосипеде, а обратно вернулся пешком, то он потратил на всю дорогу 1 час. В другой раз проехав и туда, и обратно на велосипеде, он затратил на весь путь 20 минут. Сколько времени он затратит на дорогу, если и туда, и обратно он пройдёт пешком?

7. (10 баллов) Лёгкий стержень AE опирается на неподвижную опору в точке B . К правому концу стержня привязана лёгкая нерастяжимая нить, которая через однородный подвижный блок прикреплена к потолку. Известно, что $AB=BC=CD=DE$. Определите скорость центра блока в тот момент, когда левый конец стержня движется вертикально вниз со скоростью $v=4 \text{ м/с}$.



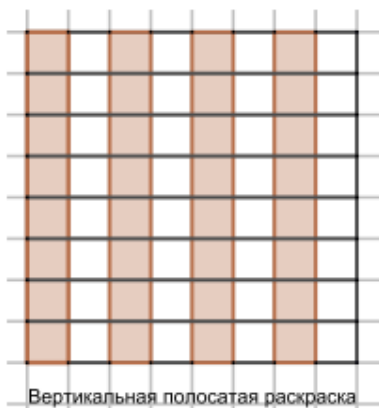
8. (15 баллов) Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Два маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в два раза плотностью. Определите отношение начальной и конечной плотностей большого куба.



1. (12 баллов) На городской ратуше имеются два колокола, которые бьют каждый час в течение одной минуты. Колокола начинают бить одновременно. Интервалы между ударами для этих колоколов соответственно составляют $\frac{5}{3}$ секунды и 2 секунды. Совпавшие по времени удары воспринимаются как один. Сколько ударов туристы услышат за одну минуту, включая первый и последний?

2. (12 баллов) В понедельник в школьную библиотеку пришло 8 человек, во вторник – 9, в среду – 11, в четверг – 7, в пятницу – 11. Никто из учеников не был в библиотеке два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников побывало в библиотеке с понедельника по пятницу?

3. (13 баллов) Клетки шахматной доски покрашены в чёрный и белый цвет. Допустима операция: любые три клетки, образующие уголок из трёх клеток, можно перекрасить в противоположный цвет. Можно ли с помощью таких операций перейти от традиционной (шахматной) раскраски доски к вертикальной полосатой раскраске?

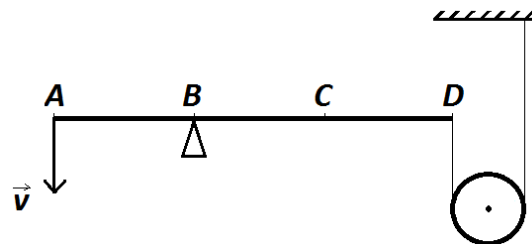


4. (13 баллов) Некоторое пятизначное число, записанное различными цифрами, умножили на 4. В результате получилось число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число, если известно, что его первая цифра 2.

5. (15 баллов) Грузоподъёмность нефтяного танкера 28620 тонн. Нефть загружают на танкер со скоростью 750 баррелей в минуту. Плотность нефти $0,9 \text{ г/см}^3$. Сколько времени займёт полная загрузка танкера? Один баррель равен 159 литрам?

6. (10 баллов) Если Вася отправился в гости к другу на велосипеде, а обратно вернулся пешком, то он потратил на всю дорогу полтора часа. В другой раз проехав и туда, и обратно на велосипеде, он затратил на весь путь 30 минут. Сколько времени он затратит на дорогу, если и туда, и обратно он пройдёт пешком?

7. (10 баллов) Лёгкий стержень AD опирается на неподвижную опору в точке B . К правому концу стержня привязана лёгкая нерастяжимая нить, которая через однородный подвижный блок прикреплена к потолку. Известно, что $AB=BC=CD$. Определите скорость центра блока в тот момент, когда левый конец стержня движется вертикально вниз со скоростью $v=5 \text{ м/с}$.



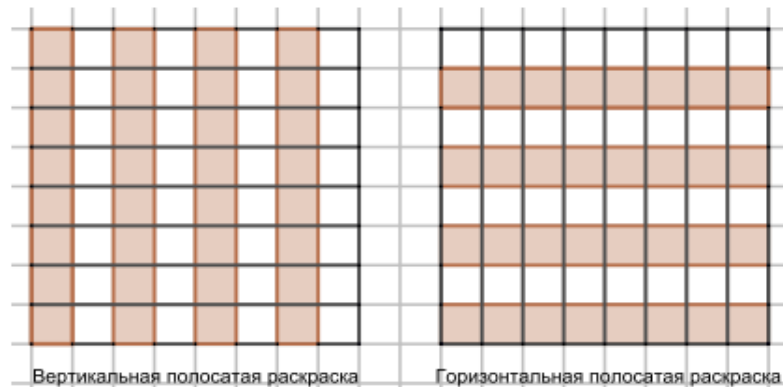
8. (15 баллов) Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Два маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в три раза плотностью. Определите отношение конечной и начальной плотностей большого куба.



1. (10 баллов) На электронных часах высвечивается время 13:00:07. Через какое минимальное число секунд все цифры на табло часов окажутся разными? Ответ обоснуйте.

2. (12 баллов) На сторонах параллелограмма вне его построены квадраты. Докажите, что точки пересечения диагоналей квадратов являются вершинами одного квадрата.

3. (14 баллов) Клетки шахматной доски покрашены в чёрный и белый цвет. Допустима операция: любые три клетки, образующие уголок из трёх клеток, можно перекрасить в противоположный цвет. Можно ли с помощью таких операций перейти от горизонтальной полосатой раскраски к вертикальной полосатой раскраске?



4. (14 баллов) Найдите все целые решения уравнения
$$x^4 + (x + 1)^4 = (x + 2)^4.$$

5. (10 баллов) Два литра переохлаждённой до $t = -15^\circ\text{C}$ воды резко встряхнули. Определите объём получаемого льда. Плотность льда 900 кг/м^3 , воды – 1000 кг/м^3 . Удельная теплоёмкость воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, удельная теплота плавления льда $3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

6. (15 баллов) Ширина реки 40 метров. Скорость лодки относительно воды постоянна и равна $v = 2 \text{ м/с}$. С учётом того, что скорость течения $u = 4 \text{ м/с}$, определите величину минимального сноса вниз по течению лодки при переправе с одного берега на другой.

7. (10 баллов) Под неоднородный тонкий стержень подвели опору и для поддержания равновесия стержня на расстоянии $x = 10 \text{ см}$ от опоры подвесили груз массой $m = 3 \text{ кг}$ и объёмом $V = 1000 \text{ см}^3$. После установления равновесия под груз подвели стакан с водой, так что груз оказался полностью погруженным в воду. На какое расстояние Δx необходимо передвинуть точку крепления груза, чтобы стержень по-прежнему оказался в равновесии? Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

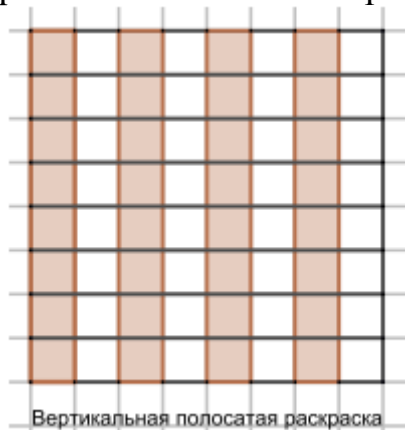
8. (15 баллов) Два одинаковых резистора сопротивлением R каждый соединены последовательно друг за другом и подключены к источнику постоянного напряжения U . Параллельно одному из резисторов подключили идеальный вольтметр. Его показания оказались равными $U_V = 10 \text{ В}$. После этого вольтметр заменили идеальным амперметром. Показания амперметра – $I_A = 10 \text{ А}$. Определите значение R .



1. (10 баллов) На электронных часах высвечивается время 23:11:15. Через какое минимальное число секунд все цифры на табло часов окажутся разными? Ответ обоснуйте.

2. (12 баллов) На сторонах параллелограмма вне его построены равнобедренные прямоугольные треугольники, у которых гипотенуза – соответствующая сторона параллелограмма. Докажите, что вершины прямых углов этих треугольников являются вершинами одного квадрата.

3. (14 баллов) Клетки шахматной доски покрашены в чёрный и белый цвет. Допустима операция: любые три клетки, образующие уголок из трёх клеток, можно перекрасить в противоположный цвет. Можно ли с помощью таких операций перейти от традиционной (шахматной) раскраски доски к вертикальной полосатой раскраске?



4. (14 баллов) Найдите все целые решения уравнения
$$(x + 1)^4 + (x + 2)^4 = (x + 3)^4.$$

5. (10 баллов) Три литра переохлаждённой до $t = -20^{\circ}\text{C}$ воды резко встряхнули. Определите объём получаемого льда. Плотность льда 900 кг/м^3 , воды – 1000 кг/м^3 . Удельная теплоёмкость воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$, удельная теплота плавления льда $3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

6. (15 баллов) Ширина реки 50 метров. Скорость лодки относительно воды постоянна и равна $v = 1 \text{ м/с}$. С учётом того, что скорость течения $u = 3 \text{ м/с}$, определите величину минимального сноса вниз по течению лодки при переправе с одного берега на другой.

7. (10 баллов) Под неоднородный тонкий стержень подвели опору и для поддержания равновесия стержня на расстоянии $x = 6 \text{ см}$ от опоры подвесили груз массой $m = 4 \text{ кг}$ и объёмом $V = 1000 \text{ см}^3$. После установления равновесия под груз подвели стакан с водой, так что груз оказался полностью погруженным в воду. На какое расстояние Δx необходимо передвинуть точку крепления груза, чтобы стержень по-прежнему оказался в равновесии? Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

8. (15 баллов) Два одинаковых резистора сопротивлением R каждый соединены последовательно друг за другом и подключены к источнику постоянного напряжения U . Параллельно одному из резисторов подключили идеальный вольтметр. Его показания оказались равными $U_V = 5 \text{ В}$. После этого вольтметр заменили идеальным амперметром. Показания амперметра – $I_A = 4 \text{ А}$. Определите значение R .



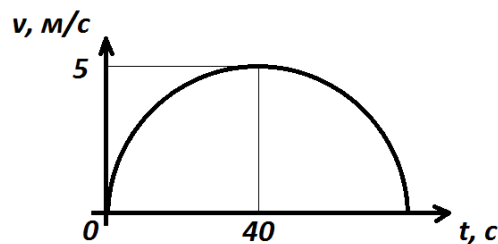
1. (10 баллов) У семейной пары дни рождения в один и тот же день. При очередном праздновании их общего дня рождения муж заметил, что сейчас ему втрое больше лет, чем было его жене тогда, когда ему было столько лет, сколько его жене сейчас. А когда ей будет столько лет, сколько ему сейчас, им обоим вместе будет 63 года. Сколько лет сейчас мужу?

2. (12 баллов) В треугольнике ABC известны длины сторон $BC=10$, $AB=6$. Точка D – середина AB , точка F – середина AC . Биссектриса угла B пересекает отрезок DF в точке E . Найдите EF .

3. (14 баллов) Пусть a и b – натуральные числа, причём $a < 1000$. Известно, что a^{21} делится на b^{10} . Верно ли, что a^2 делится на b ? Ответ обоснуйте.

4. (14 баллов) При каких значениях параметра a каждое из уравнений $x^2 + ax + 2021 = 0$ и $x^2 + 2021x + a = 0$ имеет два целых корня?

5. (10 баллов) Зависимость скорости материальной точки от времени представлена на рисунке.



Определите среднюю скорость за первые сорок секунд движения.

6. (15 баллов) Цепочка массой $m=500$ грамм состоит из большого числа одинаковых, гладких звеньев. Её свободно подвесили за концы к потолку. Угол между потолком и цепочкой равен $\alpha=60^\circ$. Определите натяжение T цепочки в самой нижней точке. Ускорение свободного падения $g=10 \text{ м/с}^2$.

7. (15 баллов) Точечный источник света, располагающийся на главной оптической оси тонкой собирающей линзы, даёт расходящийся под малым углом α пучок света. После прохождения линзы данный пучок сходится под малым углом β . Определите угол расхождения лучей, если собирающую линзу заменить на такую же по размерам рассеивающую линзу, с такой же по модулю оптической силой.

8. (10 баллов) Удельная теплоёмкость тела массой $m = 2$ кг зависит от температуры следующим образом: $c = c_0(1 + \alpha t)$, где $c_0 = 150 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}$ – удельная теплоёмкость при 0°C , $\alpha = 0,05 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ – температурный коэффициент, t – температура в градусах Цельсия. Определите, какое количество тепла необходимо передать этому телу для того, чтобы нагреть его от 20°C до 100°C .



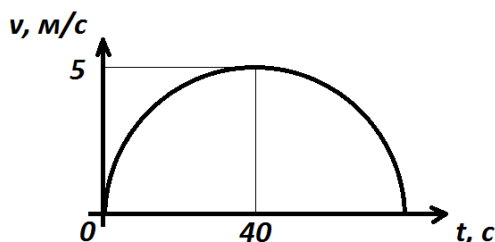
1. (10 баллов) У семейной пары дни рождения в один и тот же день. При очередном праздновании их общего дня рождения муж заметил, что сейчас ему в пять раз больше лет, чем было его жене тогда, когда ему было столько лет, сколько его жене сейчас. А когда ей будет столько лет, сколько ему сейчас, им обоим вместе будет 84 года. Сколько лет сейчас мужу?

2. (12 баллов) В треугольнике ABC известны длины сторон $BC=11$, $AB=5$. Точка D – середина AB , точка F – середина AC . Биссектриса угла B пересекает отрезок DF в точке E . Найдите EF .

3. (14 баллов) Пусть a и b – натуральные числа, причём $a < 2000$. Известно, что a^{23} делится на b^{11} . Верно ли, что a^2 делится на b ? Ответ обоснуйте.

4. (14 баллов) При каких значениях параметра a каждое из уравнений $x^2 + ax + 2020 = 0$ и $x^2 + 2020x + a = 0$ имеет два целых корня?

5. (10 баллов) Зависимость скорости материальной точки от времени представлена на рисунке.



Определите среднюю скорость за первые восемьдесят секунд движения.

6. (15 баллов) Цепочка массой $m=800$ грамм состоит из большого числа одинаковых, гладких звеньев. Её свободно подвесили за концы к потолку. Угол между потолком и цепочкой равен $\alpha=30^\circ$. Определите натяжение T цепочки в самой нижней точке. Ускорение свободного падения $g=10$ м/с².

7. (15 баллов) Точечный источник света, располагающийся на главной оптической оси тонкой собирающей линзы, даёт расходящийся под малым углом α пучок света. После прохождения линзы данный пучок сходится под малым углом β . Определите угол расхождения лучей, если собирающую линзу заменить на такую же по размерам рассеивающую линзу, с такой же по модулю оптической силой.

8. (10 баллов) Удельная теплоёмкость тела массой $m = 3$ кг зависит от температуры следующим образом: $c = c_0(1 + \alpha t)$, где $c_0 = 200$ Дж/(кг · °С) – удельная теплоёмкость при 0°С, $\alpha = 0,05$ °С⁻¹ – температурный коэффициент, t – температура в градусах Цельсия. Определите, какое количество тепла необходимо передать этому телу для того, чтобы нагреть его от 20 °С до 100 °С.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

10 класс

Заключительный тур
Вариант 1

2020-2021

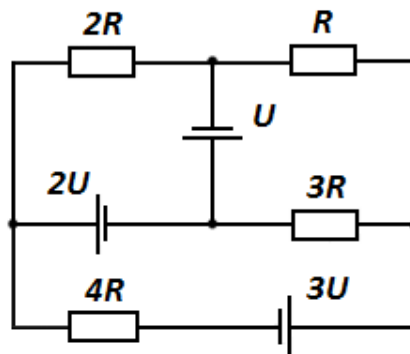
1. (11 баллов) Известно, что $\cos\alpha + \cos\beta = c \neq 0$, $\sin\alpha + \sin\beta = s \neq 0$. Выразите $\cos(\alpha + \beta)$ через c и s .

2. (12 баллов) Пусть $ABCD$ – трёхзвенная ломаная в пространстве, все звенья которой равны и $\angle BCD = 90^\circ$. Найдите расстояние от точки A до середины BD , если $AD = 2$.

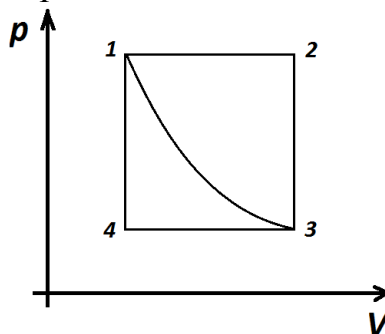
3. (13 баллов) Дан набор действительных чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2k+1}$. Для произвольной нечётной степени m большей 2021 известно, что $x_1^m + x_2^m + \dots + x_{2k+1}^m = 0$. Докажите, что произведение этих чисел равно 0.

4. (14 баллов) При каких значениях параметра a каждое из уравнений $x^2 + ax + 2021 = 0$ и $x^2 + 2021x + a = 0$ имеет два целых корня?

5. (15 баллов) Найдите ток, протекающий через резистор с сопротивлением $3R$ в цепи, схема которой изображена на рисунке. Все батарейки идеальные, напряжение $U = 5$ В, сопротивление $R = 100$ Ом.



6. (15 баллов) С одноатомным идеальным газом провели два цикла: 1-2-3-1, коэффициент полезного действия которого η_1 , и 1-3-4-1, коэффициент полезного действия которого η_2 . Известно, что изменение температуры ΔT в процессах 4-1 и 1-2 одинаковое. Определите КПД цикла 1-2-3-4-1. Процесс 3-1 – адиабатный.



7. (10 баллов) Жёсткий стержень AB длиной 100 см скользит по горизонтальной поверхности. Известно, что в данный момент времени скорость точки A равная 5 м/с направлена точно в сторону точки B . Найдите значение скорости точки B , если известно, что она направлена под углом 60° к стержню.

8. (10 баллов) На тонкую линзу падает нормально параллельный пучок света. За линзой на расстоянии 80 см от неё располагается экран, на котором видно круглое пятно определенного диаметра. Если экран передвинуть на 40 см, то на экране вновь будет видно пятно такого же диаметра. Определите фокусное расстояние линзы.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

10 класс

Заключительный тур
Вариант 2

2020-2021

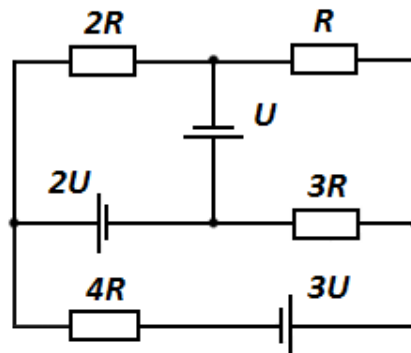
1. (11 баллов) Известно, что $\cos\alpha + \cos\beta = c \neq 0$, $\sin\alpha + \sin\beta = s \neq 0$. Выразите $\sin(\alpha + \beta)$ через c и s .

2. (12 баллов) Пусть $ABCD$ – трёхзвенная ломаная в пространстве, все звенья которой равны и $\angle BCD = 90^\circ$. Найдите расстояние от точки A до середины BD , если $AD = 1$.

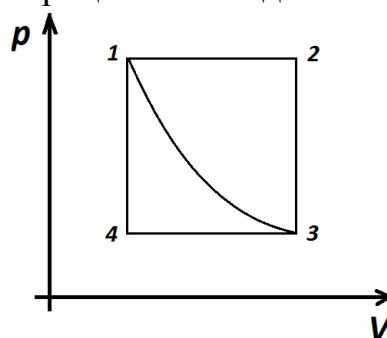
3. (13 баллов) Дан набор действительных чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2k+1}$. Для произвольной нечётной степени m большей 2020 известно, что $x_1^m + x_2^m + \dots + x_{2k+1}^m = 0$. Докажите, что произведение этих чисел равно 0.

4. (14 баллов) При каких значениях параметра a каждое из уравнений $x^2 + ax + 2020 = 0$ и $x^2 + 2020x + a = 0$ имеет два целых корня?

5. (15 баллов) Найдите ток, протекающий через резистор с сопротивлением $4R$, в цепи, схема которой изображена на рисунке. Все батарейки идеальные, напряжение $U = 10$ В, сопротивление $R = 10$ Ом.



6. (15 баллов) С двухатомным идеальным газом провели два цикла: 1-2-3-1, коэффициент полезного действия которого η_1 , и 1-3-4-1, коэффициент полезного действия которого η_2 . Известно, что изменение температуры ΔT в процессах 4-1 и 1-2 одинаковое. Определите КПД цикла 1-2-3-4-1. Процесс 3-1 – адиабатный.



7. (10 баллов) Жёсткий стержень AB длиной 50 см скользит по горизонтальной поверхности. Известно, что в данный момент времени скорость точки A равная 4 м/с направлена точно в сторону точки B . Найдите значение скорости точки B , если известно, что она направлена под углом 30° к стержню.

8. (10 баллов) На тонкую линзу падает нормально параллельный пучок света. За линзой на расстоянии 120 см от неё располагается экран, на котором видно круглое пятно определённого диаметра. Если экран передвинуть на 60 см, то на экране вновь будет видно пятно такого же диаметра. Определите фокусное расстояние линзы.



1. (12 баллов) Найдите наименьшее натуральное значение n , удовлетворяющее уравнению $\sin n^\circ = \sin(2021n)^\circ$.

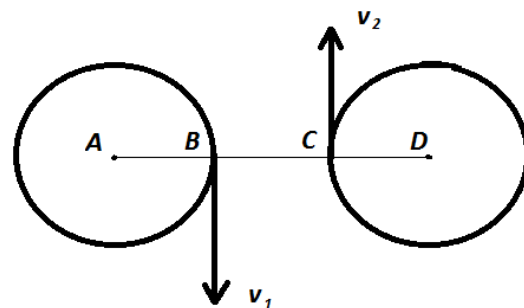
2. (12 баллов) В правильной четырёхугольной пирамиде $ABCD S$ площадь основания совпадает с площадью боковой грани и равна 1. M – точка пересечения медиан грани CDS . Точка N лежит на прямой AM и $AN:NM=3:4$. Найдите сумму расстояний от точки N до всех граней пирамиды.

3. (12 баллов) В зависимости от параметра $a > 1$ найдите решение системы

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 1}\sqrt{y^2 - 1} = a^2 - 1, \\ y^{(x-a)^2} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\log_x y - 1}. \end{cases}$$

4. (14 баллов) В бесконечной последовательности цифр 2, 0, 1, 9, ... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предшествующих четырёх цифр этой последовательности. Встретятся ли в этой последовательности: а) подряд числа 4, 3, 2, 1; б) вторично четвёрка 2, 0, 1, 9 (в этом же порядке)?

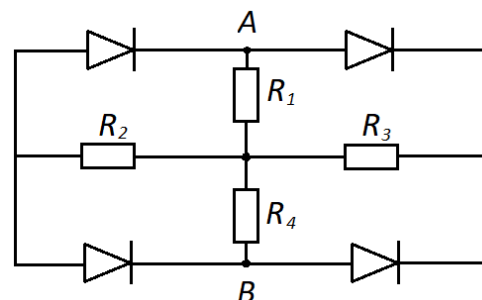
5. (10 баллов) Два автомобиля двигаются по окружностям одинакового радиуса с одинаковыми по модулю скоростями $v_1 = v_2 = v$. Известно, что $AB=BC=CD=R$. Определите скорость v_{21} второго автомобиля в системе отсчёта, связанной с первым автомобилем в момент времени, указанный на рисунке.



6. (15 баллов) К колесу радиусом $R=0,1$ м с горизонтально расположенной осью прикрепили на ободе маленький грузик массой $m=1$ кг. Найдите массу колеса M , предполагая её однородно распределённой по ободу, если частота малых колебаний колеса вокруг оси равна $\omega=5$ рад/с. Ускорение свободного падения $g=10$ м/с².

7. (15 баллов) Два моля идеального газа находятся в цилиндрическом вертикальном сосуде под лёгким поршнем. Известно, что при изменении температуры газа от 27°C до 127°C местоположение поршня не меняется. Определите объём занимаемый газом в этом температурном интервале. Атмосферное давление 10^5 Па.

8. (10 баллов) В изображённой на рисунке электрической схеме сопротивления резисторов $R_1=1$ Ом, $R_2=2$ Ом, $R_3=3$ Ом, и $R_4=4$ Ом. Считайте, что сопротивления всех диодов в прямом направлении пренебрежимо малы, а в обратном направлении равны бесконечности. Определите сопротивление всей схемы между точками A и B в ситуации, когда к точке A подключают положительный полюс источника тока, а к точке B – отрицательный. Сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало.





1. (12 баллов) Найдите наименьшее натуральное значение n , удовлетворяющее уравнению $\sin n^\circ + \sin(2021n)^\circ = 0$.

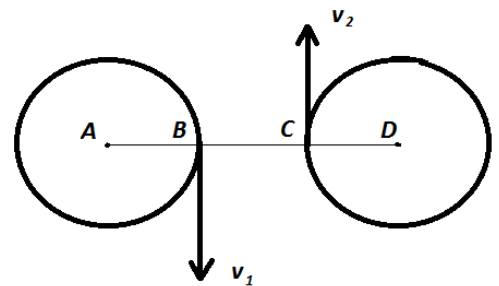
2. (12 баллов) В правильной четырёхугольной пирамиде $ABCD$ площадь основания совпадает с площадью боковой грани и равна 4. M – точка пересечения медиан грани CDS . Точка N лежит на прямой AM и $AN:NM=2:3$. Найдите сумму расстояний от точки N до всех граней пирамиды.

3. (12 баллов) В зависимости от параметра $a > 2$ найдите решение системы

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 4}\sqrt{y^2 - 4} = a^2 - 4, \\ y^{(x-a)^2} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\log_x y - 1} \end{cases}$$

4. (14 баллов) В бесконечной последовательности цифр 2, 0, 2, 1, ... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предшествующих четырёх цифр этой последовательности. Встретятся ли в этой последовательности: а) подряд числа 9, 8, 7, 6; б) вторично четвёрка 2, 0, 2, 1 (в этом же порядке)?

5. (10 баллов) Два автомобиля двигаются по окружностям одинакового радиуса со скоростями $v_1 = v$ и $v_2 = 2v$. Известно, что $AB=BC=CD=R$. Определите скорость v_{21} второго автомобиля в системе отсчёта, связанной с первым автомобилем в момент времени, указанный на рисунке.



6. (15 баллов) К колесу радиусом $R=0,2$ м с горизонтально расположенной осью прикрепили на ободе маленький грузик массой $m=0,5$ кг. Найдите массу колеса M , предполагая её однородно распределённой по ободу, если частота малых колебаний колеса вокруг оси равна $\omega=5$ рад/с. Ускорение свободного падения $g=10$ м/с².

7. (15 баллов) Три моля идеального газа находятся в цилиндрическом вертикальном сосуде под лёгким поршнем. Известно, что при изменении температуры газа от 27°C до 177°C местоположение поршня не меняется. Определите объём занимаемый газом в этом температурном интервале. Атмосферное давление 10^5 Па.

8. (10 баллов) В изображённой на рисунке электрической схеме сопротивления резисторов $R_1=1$ Ом, $R_2=2$ Ом, $R_3=3$ Ом, и $R_4=4$ Ом. Считайте, что сопротивления всех диодов в прямом направлении пренебрежимо малы, а в обратном направлении равны бесконечности. Определите сопротивление всей схемы между точками A и B в ситуации, когда к точке A подключают отрицательный полюс источника тока, а к точке B – положительный. Сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало.

